INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE
ESERCITAZIONI DI ANALISI C 21/01/2010

SIMULAZIONE DI PROVA SCRITTA

1. Sia $D=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z\geq 0, |x|+|y|+|z|\leq 1\}$. Si determini il volume dell'insieme *D* e si calcoli

$$\int_D (z^2+1)\,dxdydz.$$

$[V_D=\frac{2}{3}, \int_D (z^2+1)\,dxdydz=\frac{11}{30}]$

2. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y)=y^4-x^4-y^2+x^2.$$

Si studi il segno della funzione e se ne determinino estremo superiore ed inferiore. Si determinino i punti stazionari e la loro natura. Si determinino il valore massimo e il valore minimo che la funzione assume sull'insieme $K=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\geq 0, y\geq 0, x+y\leq 2\}$.

[$f(x,y)=(y+x)(y-x)(x^2+y^2-1)$ $\sup_{\mathbb{R}^2} f=+\infty$, $\inf_{\mathbb{R}^2} f=-\infty$

punti stazionari: $(0,0), \left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ selle

$\left(0,\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ con $f\left(0,\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-\frac{1}{4}$ minimi locali

$\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$ con $f\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)=\frac{1}{4}$ massimi locali

$\min_K f(x,y)=f(2,0)=-12$ $\max_K f(x,y)=f(0,2)=12$]

3. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''-y''+y'-y=\cos x+\sin x+x^2 \\ y(0)=y'(0)=y''(0)=1 \end{cases}$$

$[\, y(x)=\frac{5}{2}e^x-\frac{3}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x-\frac{1}{2}x\sin x-x^2-2x\,]$

INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE
ESERCITAZIONI DI ANALISI C 21/01/2010