



Problema 1



$$I = (10 + 9) = 19 \text{ A}$$

$$R_1 = 1 \Omega$$

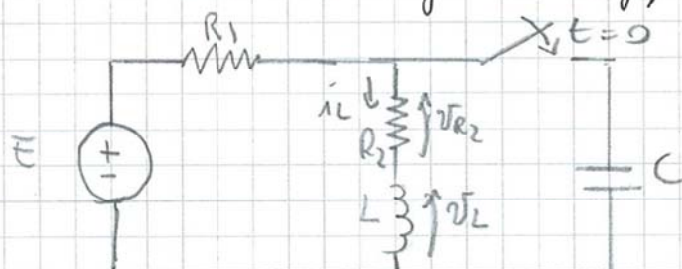
$$R_2 = 10 \Omega$$

$$L = 10 \text{ mH} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

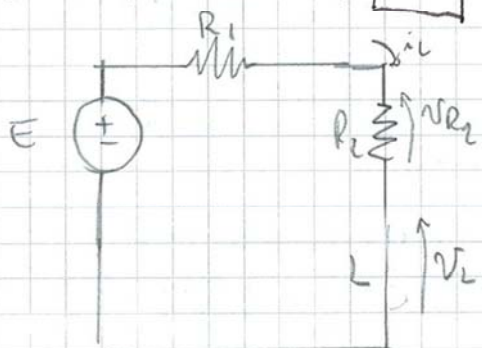
$$C = 2 \text{ mF} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

Trasforma il generatore reale di corrente nel generatore ideale di tensione equivalente.

$$E = R_1 I = 19 \text{ V. Ottengo la configurazione}$$



Studio il circuito a $t < 0$

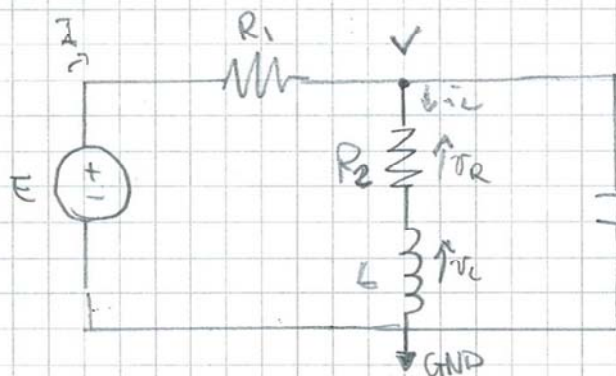


Calcolo la corrente iniziale sull'induttore

$$i_L(0^-) = \frac{E}{R_1 + R_2} \cong 1,73 \text{ A}$$

Sul ramo in cui è presente il condensatore non scorre corrente e i suoi capi sono equipotenziali, per cui $v_C(0^-) = 0 \text{ V}$

Studio a $t=0^+$



Opero da

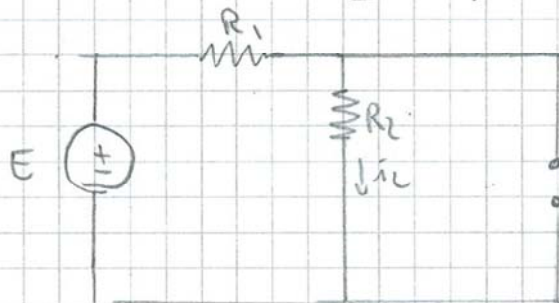
$$V_C = V = V_R + V_L$$

$$\text{ma } V_C = V_C(0^+) = V_C(0^-)$$

da cui $V_C(0^-) = i_L R_2 + L i_L' = i_L(0^-) R_2 + L i_L'$

$$i_L' = \frac{V_C(0^-) - i_L(0^-) R_2}{L} = \frac{0 - 1,73 \cdot 10}{10 \cdot 10^{-3}} = -1730 \text{ A/s}$$

Studio il circuito a $t \rightarrow \infty$, con gli induttori che si comportano come cortocircuiti e il condensatore come aperto

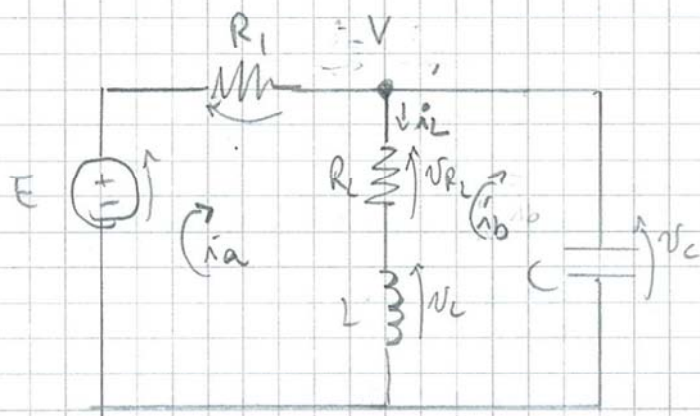


$$i_L(t \rightarrow \infty) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 1,73 \text{ A}$$

$$V_C(t \rightarrow \infty) = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} \approx 1,73 \text{ V}$$

17,27

Studio ora il transitorio per $t > 0$



$$V \equiv V_C \equiv V_R + V_L$$

$$\begin{cases} -E + i_a R_1 + R_2 (i_a - i_b) + V_L = 0 \\ V_L + R_2 (i_b - i_a) + V_C = 0 \\ i_L = i_a - i_b \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_a R_1 + R_2 i_L + L i_L' = E \\ L i_L' + R_2 (-i_L) + V_C = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_a R_1 + R_2 i_L + L i_L' = E \\ -L i_L' - R_2 i_L + V_C = 0 \end{cases}$$

$$+ \frac{1}{C} \int_0^t i_b dt + V_{C0} = 0$$

$$i_E + i_C + i_L = 0$$

$$\frac{V-E}{R_1} + \frac{V-V_C}{R_2} = 0$$

$$\begin{cases} i_a R_1 + R_2 i_L + L \dot{i}_L = E \\ -L \ddot{i}_L - R_2 i_L + \frac{1}{C} \int_0^t i_a - i_L dt + V_{C0} = 0 \end{cases}$$

derivo la 2^a eq

$$\begin{cases} -L \ddot{i}_L - R_2 i_L + \frac{1}{C} (i_a - i_L) = 0 \\ i_a R_1 + R_2 i_L + L \dot{i}_L = E \end{cases}$$

isolo i_a e sostituisco

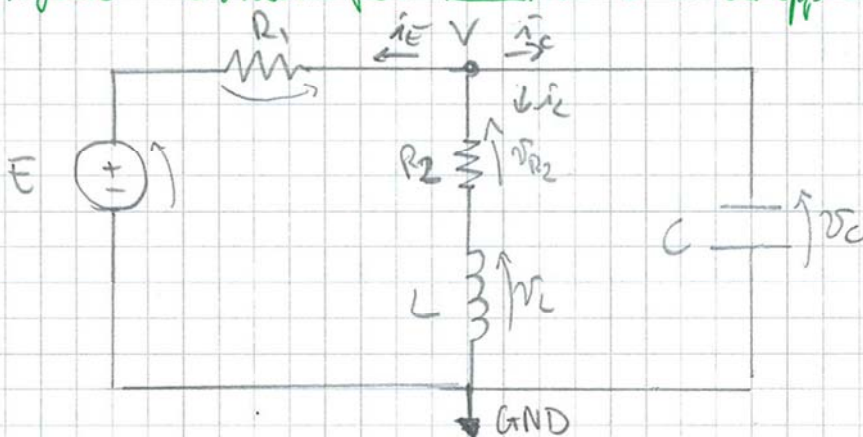
$$i_a = \frac{E - R_2 i_L - L \dot{i}_L}{R_1}$$

$$-L \ddot{i}_L - R_2 i_L + \frac{1}{C} \left(\frac{E - R_2 i_L - L \dot{i}_L}{R_1} - i_L \right) = 0$$

$$-L \ddot{i}_L - R_2 i_L + \frac{E}{CR_1} - \frac{R_2}{R_1 C} i_L - \frac{L}{R_1 C} \dot{i}_L - \frac{i_L}{C} = 0$$

$$L \ddot{i}_L + \left(R_2 + \frac{L}{R_1 C} \right) \dot{i}_L + \left(\frac{R_2}{R_1 C} + \frac{1}{C} \right) i_L = \frac{E}{CR_1}$$

• ~ Rifaccio lo studio per [770] andando ad applicare i potenziali di nodo ~.



Applico la KCL al nodo V

$$i_E + i_L + i_C = 0$$

$$\frac{V-E}{R_1} + \frac{V-V_L}{R_2} + C V_C' = 0 \quad \text{con } V = V_C$$

$$\frac{V_C}{R_1} + \frac{V_C}{R_2} - \frac{V_L}{R_2} + C V_C' = \frac{E}{R_1}$$

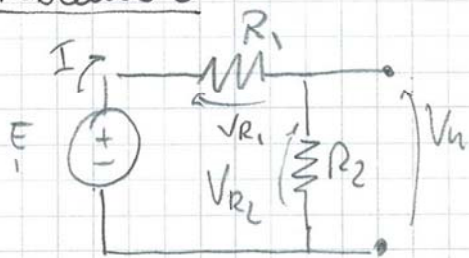
$$\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) V_C - \frac{V_L}{R_2} + C V_C' = \frac{E}{R_1}$$

osservo che $V_L = L \dot{i}_L = L (-i_E - i_C) = L \left(-\frac{V_C - E}{R_1} - C V_C' \right) = -L \left(\frac{V_C'}{R_1} + C V_C'' \right)$

da cui $\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) V_C - \frac{1}{R_2} \left(-L \left(\frac{V_C'}{R_1} + C V_C'' \right) \right) + C V_C' = \frac{E}{R_1}$

(continua nel 2° foglio Protocollo →)

Problema 2



$$E = 10V$$

Per il partitore di tensione si ha

$$V_n = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2.5$$

inoltre due energie

$$P_{R_1}, P_{R_2} < 100 \text{ mW}$$

$$V_{R_1} I + V_{R_2} I < 100 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$\text{con } V_{R_2} = V_n \text{ e } V_{R_1} = E - V_n$$

$$\begin{cases} E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2.5 \\ I(V_n + E - V_n) < 100 \cdot 10^{-3} \end{cases} \quad \text{da cui}$$

$$\begin{cases} I \cdot E < 100 \cdot 10^{-3} \\ E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2.5 \end{cases}$$

$$\text{ma } I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{cases} \frac{E^2}{R_1 + R_2} < 100 \cdot 10^{-3} \\ \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2.5}{E} \end{cases}$$

$$E = 10V \text{ e } R_1 + R_2 > 0$$

$$\begin{cases} R_1 + R_2 > \frac{100}{100 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000 \\ R_1 + R_2 = R_2 \cdot \frac{10}{2.5} = R_2 \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 + R_2 \geq 1000 \\ R_1 + R_2 = R_2 \cdot 4 \end{cases}$$

finendo ad esempio

$$R_1 = 1000 \Omega \text{ si ha } R_2 = 333,3 \Omega$$

Corso di Laurea ing IET

Insegnamento _____

Nome/Cognome _____

Data 5/10/2014

(→)

$$\frac{11}{10} v_c + \frac{L}{R_2} \left(\frac{v_c'}{R_1} + C v_c'' \right) + C v_c' = \frac{E}{R_1}$$

$$\frac{11}{10} v_c + \frac{L}{R_1 R_2} v_c' + \frac{CL}{R_2} v_c'' + C v_c' = \frac{E}{R_1}$$

$$\frac{CL}{R_2} v_c'' + \frac{L}{R_1 R_2} v_c' + C v_c' + \frac{11}{10} v_c = \frac{E}{R_1}$$

$$v_c'' + \frac{1}{CR_1} v_c' + \frac{R_2}{L} v_c' + \frac{11}{CL} v_c = \frac{ER_2}{CLR_1}$$

$$v_c'' + \left(\frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L} \right) v_c' + \frac{11}{CL} v_c = \frac{ER_2}{CLR_1}$$

$$v_c'' + 1500 v_c' + 55 \cdot 10^4 v_c = \frac{ER_2}{R_1 CL}$$

l'equazione risolutiva sarà del tipo

$$v_c = v_{cas} + v_{cip} \quad \text{conosci } v_{cip} = 17,27$$

calcoliamo v_{cas}

$$\lambda^2 + 1500\lambda + 55 \cdot 10^4 = 0 \quad \lambda_1 = -638,2$$

$$\lambda_2 = -861,8$$

$$v_{cas} = A_1 e^{-638,2t} + A_2 e^{-861,8t}$$

$$\text{quindi } v_c(t) = A_1 e^{-638,2t} + A_2 e^{-861,8t} + 17,27$$

Ricavo $v_c'(0^+)$ per $(T=0^+)$

$$v_c'(0^+) = \frac{\dot{v}_c(0^+)}{C} = \frac{I - \dot{v}_L(0^+)}{C} = \frac{I - \dot{v}_L(0^-)}{C} = \frac{19 - 1,73A}{2 \cdot 10^{-3}} = 8635 \text{ V/s}$$

impongo le condizioni iniziali

$$\begin{cases} v_c(0) = A_1 + A_2 = -17,27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_c'(0) = -638,2 A_1 - 861,8 A_2 = 8635 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = -A_2 - 17,27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +638,2(-A_2 - 17,27) - 861,8 A_2 = 8635 \end{cases}$$

$$A_2 = -10,67$$

$$A_1 = -27,94$$

quindi $v_c(t) = -\frac{27,94}{35,44} e^{-638,2t} + \frac{10,67}{33,68} e^{-861,8t} + 1,73$

Osservando

~~$v_c(t) = v_{R_2} + v_L = v_{R_2} + L \dot{i}_L$~~
 ~~$\int_0^t v_c(t) dt =$~~

$\dot{i}_L = -\frac{v_c}{R_1} - C v_c'$

$\dot{i}_L = -\frac{v_c - E}{R_1} - C v_c'$

$\dot{i}_L = -\frac{1}{R_1} v_c - C v_c' + \frac{E}{R_1}$

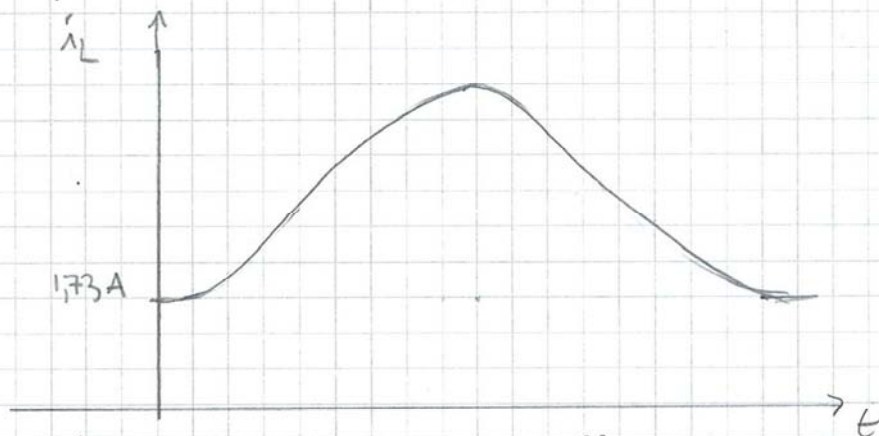
$\dot{i}_L = -\frac{1}{1} \left(-\frac{27,94}{35,44} e^{-638,2t} + \frac{10,67}{33,68} e^{-861,8t} + 1,73 \right) - 2 \cdot 10^{-3} \cdot$

$\cdot \left(-\frac{27,94}{35,44} (-638,2 e^{-638,2t}) + \frac{10,67}{33,68} (-861,8 e^{-861,8t}) \right) + 19$

$\dot{i}_L = -\frac{27,94}{35,44} e^{-638,2t} - \frac{10,67}{33,68} e^{-861,8t} + 1,73 - \frac{35,66}{45,09} e^{-638,2t} + \frac{58,105}{45,09} e^{-861,8t}$

$\dot{i}_L = -\frac{63,6}{45,09} e^{-638,2t} + \frac{4,72}{45,09} e^{-861,8t} + 1,73 + 1,27$

Grafichino qualitativamente

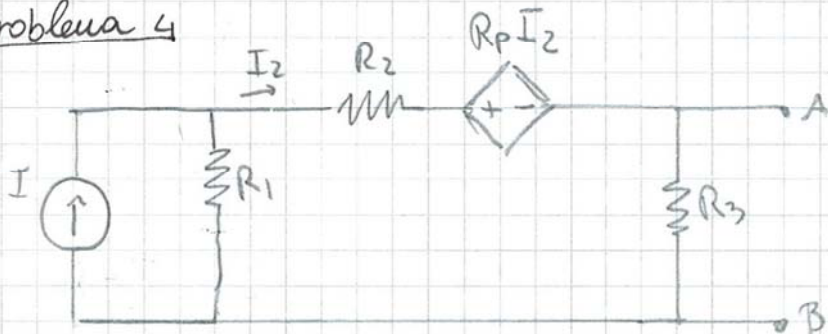


Conosciamo la ~~coste~~ convenienza delle curve
 in quanto la corrente non può essere discontinua nell'induttore
 e quindi non possono esserci aspidi

Corso di Laurea inf. IET

Insegnamento _____

Nome/Cognome _____

Data 5/12/2014Problema 4

$$I = 19 \text{ A}$$

$$R_1 = 1 \Omega$$

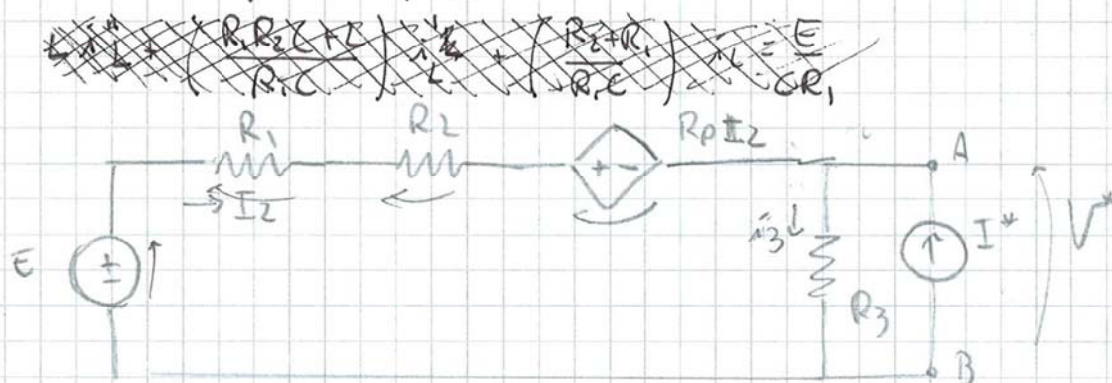
$$R_2 = 10 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega$$

$$R_p = 4 \Omega$$

~~transf~~

applico al circuito un generatore di corrente ideale I^*
e trasformo il generatore I



applicando la KVL con $I_2 = \cancel{I} - (I^* + I_3) = -(I^* + \frac{V^*}{R})$

$$I_2 = I_3 - I^* = \frac{V^*}{R_3} - I^*$$

$$-E + I_2(R_1 + R_2) + R_p I_2 + V^* = 0 \quad (R_1 + R_2)$$

$$\cancel{V^*} \left(-E + \left(\frac{V^*}{R_3} - I^* \right) \cdot R_p \left(\frac{V^*}{R_3} - I^* \right) + V^* = 0 \right.$$

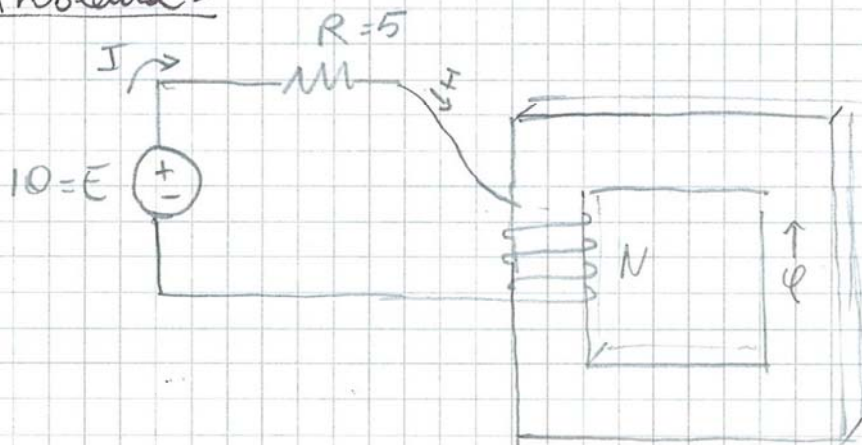
$$-E + \frac{V^*(R_1 + R_2)}{R_3} - I^*(R_1 + R_2) + R_p \left(\frac{V^*}{R_3} \right) - R_p I^* + V^* = 0$$

$$V^* \left(\frac{R_1 + R_2}{R_3} + \frac{R_p}{R_3} + 1 \right) - I^* (R_1 + R_2 + R_p) - E = 0$$

$$V^* \left(\frac{17}{2} \right) = E + (15) I^* \quad V^* = \frac{19 \cdot 2}{17} + \frac{15 \cdot 2}{17} I^*$$

$$V_{Te} = 2.35 \text{ V} \quad R_{eq} = 1.76 \Omega$$

Problema 3



• $R_{TOT} = 400 \text{ A/Wb}$

Per la legge di Hopkinson $\phi = \frac{I_c}{R_{TOT}} = \frac{N \cdot I}{R_{TOT}}$

nel nostro caso ~~$I = \frac{E}{R}$~~ $I = \frac{E}{R} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$

Quindi: $\phi = \frac{2 \text{ A}}{400 \frac{\text{A}}{\text{Wb}}} \cdot N = 5 \cdot 10^{-3} \text{ N Wb}$
Non ha moltip. x N

• ipotizzando $R_T = 2^\circ\text{C/W}$ e sapendo che

$P = R_T = \theta_f - \theta_a$ con $P = RI^2$ e $\theta_a = 25^\circ$

si ha $\theta_f = P \cdot R_T + \theta_a = RI^2 + \theta_a = 2 \cdot 5 \cdot 2^2 + 25 = 65^\circ\text{C}$

dove θ_f è la temperatura cercata

Domanda 2

Si associano le seguenti corrispondenze tra le grandezze elettriche

Differenza di potenziale $V \longleftrightarrow$ Corrente concatenata
 $I_c = N \cdot I$

(dove I è la corrente nell'induttore)

Corrente elettrica $I \longleftrightarrow$ flusso del campo magnetico sulla superficie interna all'induttore che lo genera

$\Phi_c = (B \cdot S) N$

Resistenza di un
conduttore $R = \frac{l}{S\rho}$

Riluttanza di un tratto
di materiale ~~ferromagnetico~~
 $R = \frac{l}{S\mu}$

Resistività di un
conduttore ρ

inverso della permeabilità
magnetica del materiale
in cui si ha flusso
del campo magnetico

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

permeabilità
magnetica
del vuoto

permeabilità
magnetica
relativa

Domanda 1

Il Teorema di Thevenin afferma una rete lineare
vista fra due morsetti A e B può essere modellizzata
come la serie di un generatore di Tensione ideale
e una resistenza, dove la resistenza corrisponde
alla resistenza equivalente vista dai morsetti A e B e
il generatore ha una differenza di potenziale V_{th} .
La serie trovata equivale alla rete di partenza ed è
detta equivalente di Thevenin.

È possibile dimostrare il Teorema applicando a una generica
rete $\times$ lineare la sovrapposizione degli effetti.