

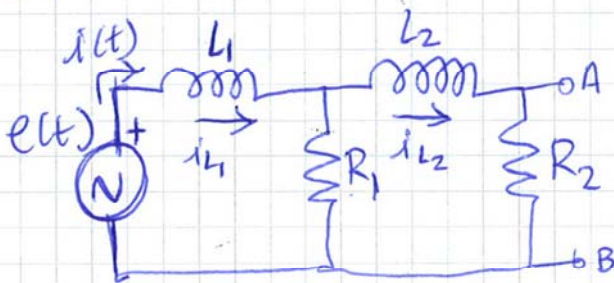
Corso di Laurea LETInsegnamento PAIE

Nome/Cognome _____

Data

15/01/2015

Problema 1:

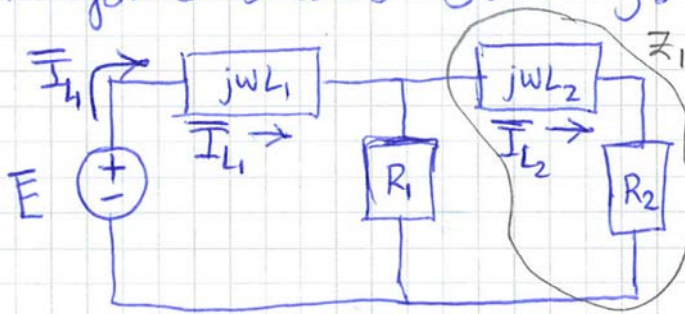


$$i(t) = ?$$

$$P_g = ? \text{ (Potenza Attiva erogata)}$$

$$e(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cos(2\pi 50 t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cos(2\pi 50 t)$$

Trasforma Secondo Steinetz:



$$\bar{E} = \sqrt{2} \cdot 100 e^{j0} = \sqrt{2} \cdot 100 [V]$$

$$\omega = 2\pi 50 = 314 [\text{rad/s}]$$

$$j\omega L1 = j 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j 3,14$$

$$j\omega L2 = j 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j 3,14$$

$$R1 = R2 = 10$$

Per Calcolare $\bar{I}_1$ Calcolo Calcolo $\bar{Z}_{eq}$:

$$\bar{Z}_1 = j\omega L2 + R2 = 10 + j 3,14$$

$$\bar{Z}_2 = R1 \parallel \bar{Z}_1 = \frac{R1 \bar{Z}_1}{R1 + \bar{Z}_1} = \frac{10 (10 + j 3,14)}{10 + 10 + j 3,14} = \frac{100 + j 31,4}{20 + j 3,14}$$

$$\bar{Z}_3 = j\omega L1 + \bar{Z}_2 = j 3,14 + \frac{100 + j 31,4}{20 + j 3,14} = \frac{j 3,14 (20 + j 3,14) + 100 + j 31,4}{20 + j 3,14}$$

= (cheto) $\Rightarrow$

$$= \frac{j3,14(20+j3,14) + 100 + j3,14}{20+j3,14} =$$

$$= \frac{j62,8 - 3,14^2 + 100 + j3,14}{20+j3,14} = \frac{90,1404 + j94,2}{20+j3,14} =$$

$$= \frac{(90,1404 + j94,2)(20-j3,14)}{(20+j3,14)(20-j3,14)} =$$

$$= \frac{1802,808 - j283,04 + j1884 + 295,788}{20^2 + 3,14^2} =$$

$$= \frac{2098,596 + j1600,96}{400 + 9,8596} = \frac{2098,596 + j1600,96}{409,86} =$$

$$\cancel{Z_{eq}} = 5,12 + j3,91 = \bar{Z}_{eq}$$

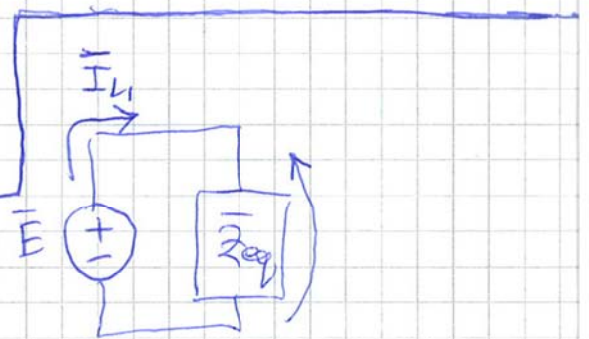
Quindi il Circuito è così :

Dunque $\bar{I}_L = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_{eq}} =$

$$= \frac{\sqrt{2}100}{5,12+j3,91} = \frac{\sqrt{2}100(5,12-j3,91)}{5,12^2 + 3,91^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}512 - j\sqrt{2}391}{41,51} =$$

$$= \sqrt{2} \cdot 12,33 - j\sqrt{2} \cdot 9,42$$



Ritorno la forma polare di $\bar{I}_L$ per poter anti-Transformare:

$$|\bar{I}_L| = \sqrt{(\sqrt{2} \cdot 12,33)^2 + (\sqrt{2} \cdot 9,42)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 12,33^2}{304,0578} + \frac{2 \cdot 9,42^2}{177,4728}} \approx 21,94$$

$$\varphi_{\bar{I}_L} = \text{arctg} \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 9,42}{\sqrt{2} \cdot 12,33} \right) = \text{arctg} = - \frac{\sqrt{2} \cdot 9,42}{\sqrt{2} \cdot 12,33} = - \frac{9,42}{12,33} =$$

$$= -37,38^\circ$$

$$\text{Quindi } \bar{I}_L = |\bar{I}_L| e^{j\varphi_{\bar{I}_L}} = 21,94 \cdot e^{-j37,38^\circ}$$

Però $i_L(t) = 21,94 \cdot \cos(2\pi 50t - 37,38^\circ)$ [A]

Impedenza Z_{eq}
Induttiva / Capacitiva
↓
Quindi corrente è
in ritardo rispetto alla
tensione.

Calcolo del P:

$$P = VI \cos \varphi = E_{EFF} \cdot I_{L,EFF} \cos \varphi$$

Valori Effetivi

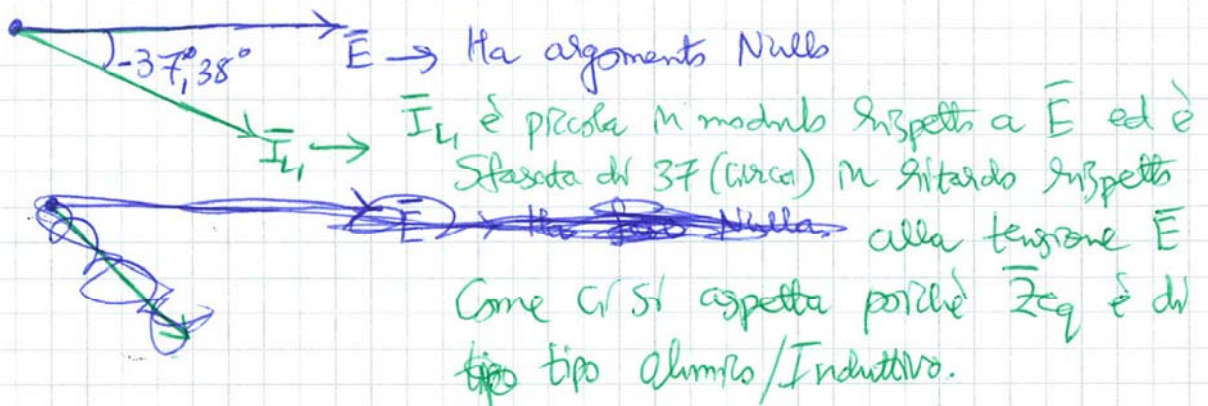
$$\varphi = \angle \bar{V} - \angle \bar{I}_L = \angle \bar{E} - \angle \bar{I}_L = 0 + 37,38^\circ = 37,38^\circ$$

~~Quindi~~ $V = \frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}} = \frac{E_{MAX}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 100}{\sqrt{2}} = 100 = E_{EFF}$

$$I_{L,EFF} = \frac{21,94}{\sqrt{2}}$$

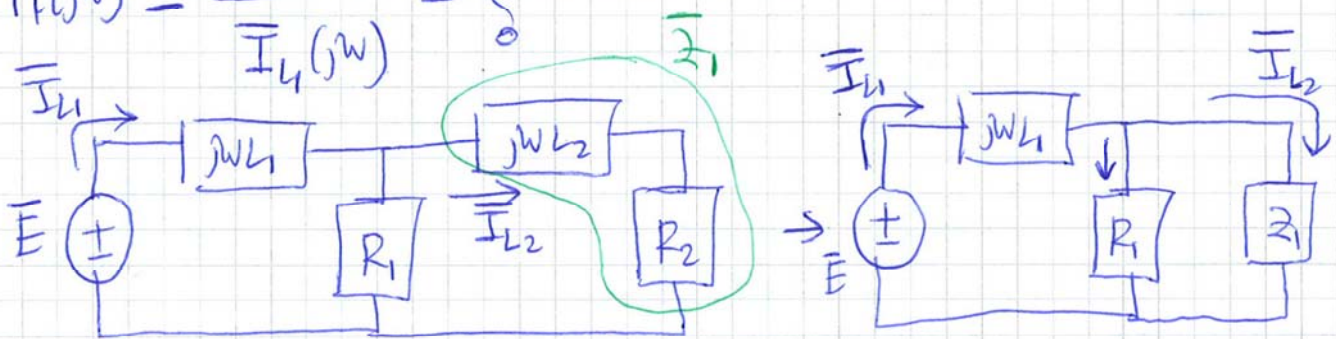
$$\text{Quindi } P = 100 \cdot \frac{21,94}{\sqrt{2} \approx 1,41} \cos(37,38^\circ) \approx 1236,45 \text{ [W]}$$

Diagramma Vettoriale:



Problema 2:

$$H(j\omega) = \frac{\bar{I}_{L2}(j\omega)}{\bar{I}_{L1}(j\omega)} = ?$$

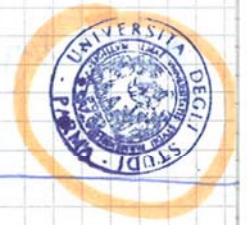


$$\bar{Z}_1 = j\omega L_2 + R_2 = R_2 + j\omega L_2$$

Per Calcolare $\bar{I}_{L2}$ in funzione di $\bar{I}_{L1}$ Applico il partitore di corrente:

$$\bar{I}_{L2} = \bar{I}_{L1} \cdot \frac{\frac{1}{Z_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_1}} = \bar{I}_{L1} \cdot \frac{\frac{1}{Z_1}}{\frac{Z_1 + R_1}{R_1 Z_1}} =$$

$$= \bar{I}_{L1} \cdot \frac{1}{Z_1} \cdot \frac{R_1 Z_1}{R_1 + Z_1} = \bar{I}_{L1} \cdot \frac{R_1}{R_1 + Z_1}$$



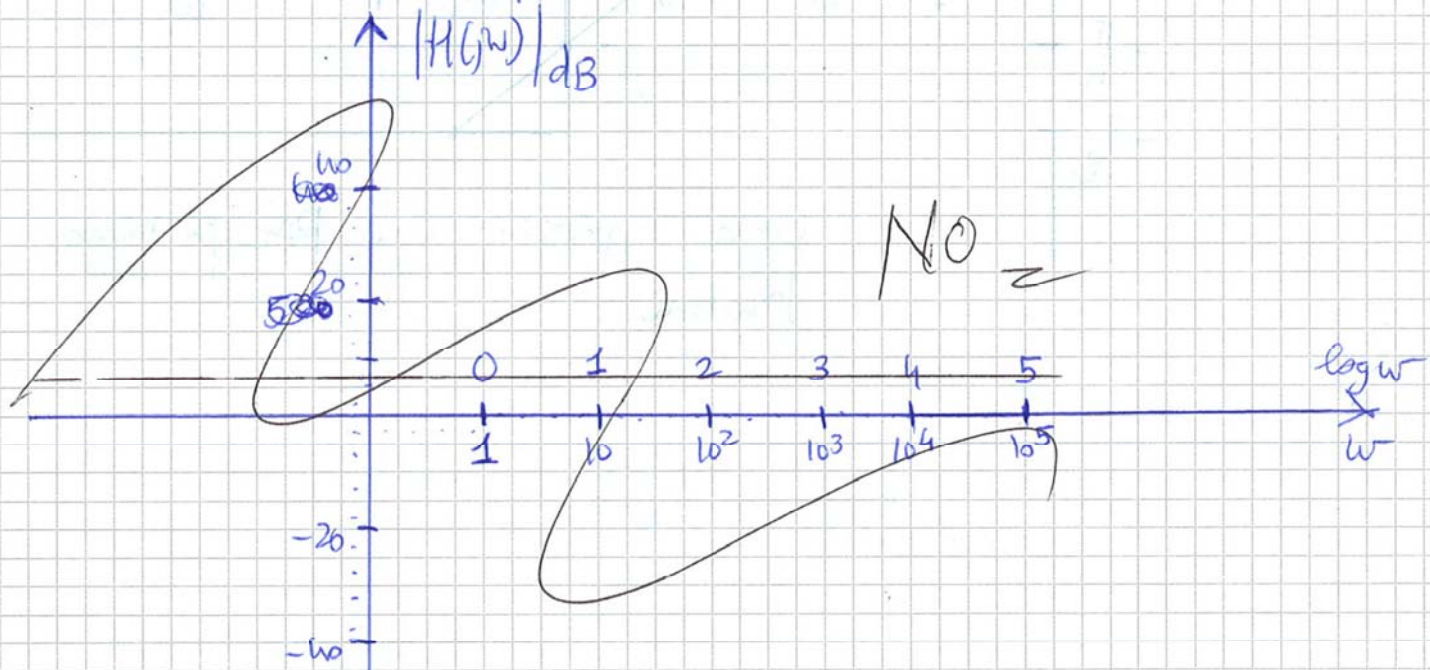
$$H(j\omega) = \frac{\cancel{I_{L1}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + Z_1}}{\cancel{I_{L1}}} = \frac{R_1}{R_1 + Z_1} =$$

$$= \frac{R_1 = 10}{R_1 + R_2 + j\omega L_2} = \frac{10}{20 + j\omega L_2}$$

$$= 10 \cdot \frac{1}{(20 + j\omega L_2)} = 10 \cdot \frac{1}{20 \left(1 + \frac{j\omega L_2}{20}\right)} = \frac{10}{20} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{j\omega}{20/L_2}\right)} =$$

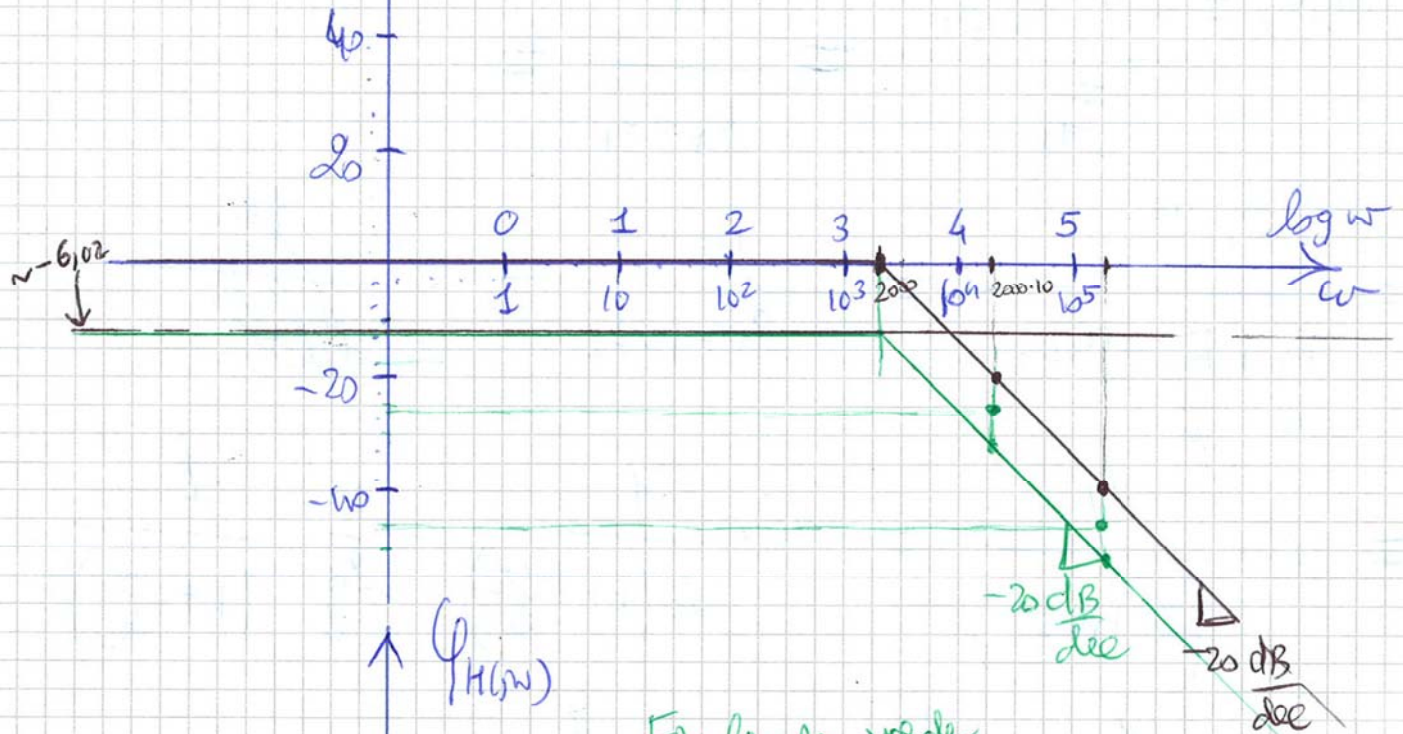
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{j\omega}{\cancel{20} \cdot 10^{-3}}\right)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{j\omega}{2000}\right)}$$

$$10^{-2} \approx 0,01$$



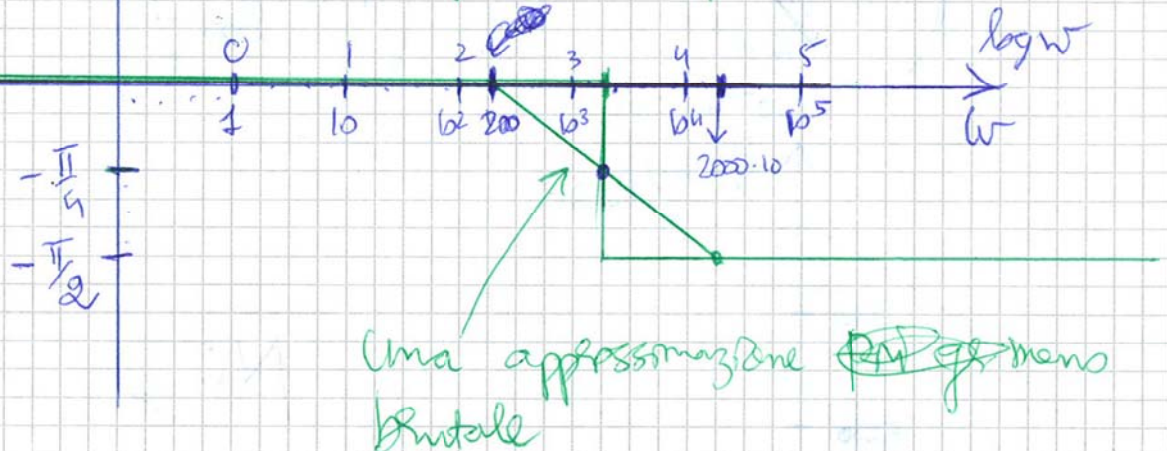
$\bullet 20 \log\left(\frac{1}{2}\right) \approx -6,02$
 $\uparrow$
 $|H(\omega)|_{dB}$

La Somma in Verde



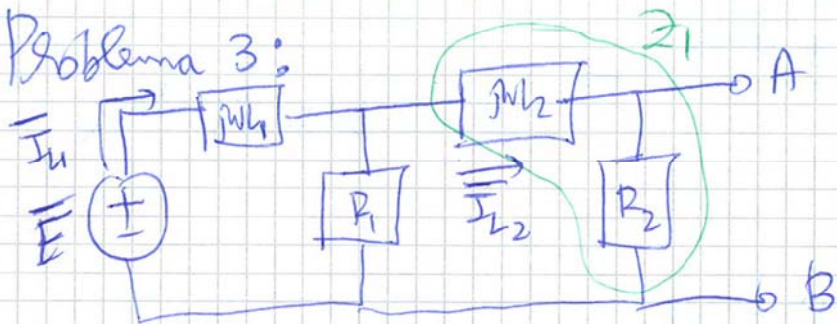
Fase 0 del numero 200, 2000

Finale in verde che coincide con quello del polo



Una approssimazione ~~più~~ meno brutale

Problema 3:



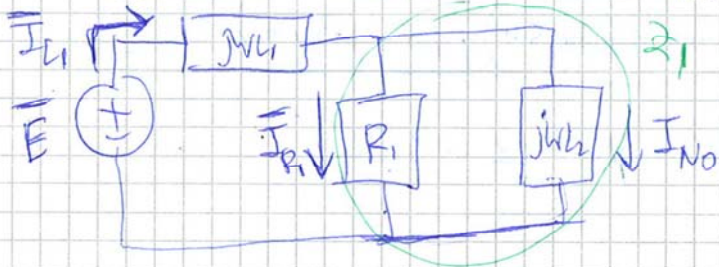
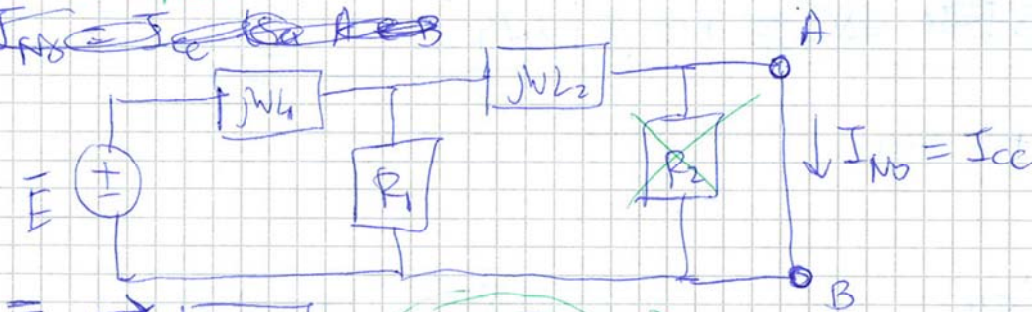
~~2)~~ ~~$\vec{I}_2 = \vec{I}_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + j\omega L_2}$~~ ~~$\vec{I}_2 = \vec{I}_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + j\omega L_2}$~~



Calcdo $\vec{I}_2 = \vec{I}_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + Z_1} =$

Calcdo I_{No} :

~~$I_{No} = I_{cc}$~~ ~~$I_{No} = I_{cc}$~~



~~$Z_1 = R_1 // j\omega L_2 = \frac{R_1 j\omega L_2}{R_1 + j\omega L_2}$~~

$Z_{eq} = j\omega L_1 + Z_1 = j\omega L_1 + \frac{R_1 + j\omega L_2}{R_1 + j\omega L_2} =$

$= \frac{j\omega L_1 (R_1 + j\omega L_2) + R_1 + j\omega L_2}{R_1 + j\omega L_2} =$

$$= \frac{j\omega L_1 (R_1 + j\omega L_2) + R_1 + j\omega L_2}{R_1 + j\omega L_2} =$$

$$\omega = 314 \text{ rad/s}$$

$$= \frac{j\omega L_1 R_1 + (j\omega)^2 L_1 L_2 + R_1 + j\omega L_2}{R_1 + j\omega L_2} =$$

$$= \frac{j \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 314^2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} + 10 + j \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{10 + j \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \frac{j 31,4 - \overset{9,8596}{\cancel{98,596}} + 10 + j 3,14}{10 + j 3,14} =$$

$$= \frac{0,1404 + j 34,54}{10 + j 3,14} = \frac{(0,1404 + j 34,54)(10 - j 3,14)}{10^2 + 3,14^2 \approx 109,86} =$$

$$= \frac{1,404 - j 0,44 + j 345,4 + 108,46}{109,86} =$$

$$= \frac{109,86 + j 344,96}{109,86} \approx 1 + j 3,14$$



Corso di Laurea:

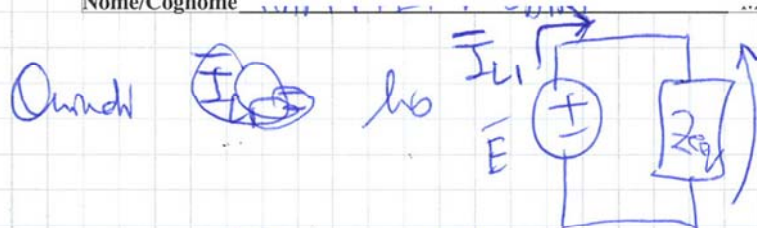
IET

PAIE

Nome/Cognome

Data

15/01/15



$$\bar{I}_{L1} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{\sqrt{2}100}{1+j3,14} = \frac{\sqrt{2}100(1-j3,14)}{1+3,14^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}100 - j\sqrt{2}314}{10,8596} = \sqrt{2}9,21 - j\sqrt{2}28,92$$

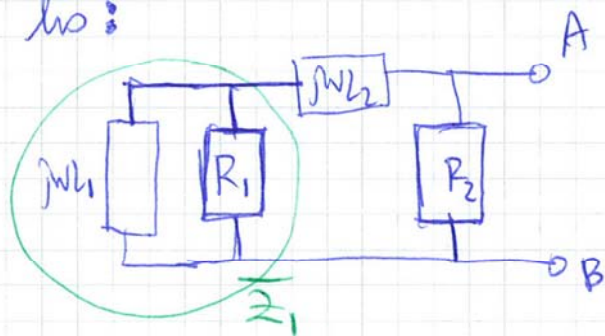
Quindi $\bar{I}_{No}$ lo calcolo con Partitore di Corrente,

$$\bar{I}_{No} = \bar{I}_{L1} \cdot \frac{R_1}{R_1 + j\omega L_2} = \bar{I}_{L1} \cdot \frac{10}{10 + j314 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \bar{I}_{L1} \cdot \frac{10}{10 + j3,14}$$

Non completati il calcolo

Calcolo $\text{Req}(\bar{Z}_{eq})$: Spegno l'unico generatore indipendente che ho:



$$\bar{Z}_1 = \frac{R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1} =$$

$$\bar{Z}_2 = Z_1 + j\omega L_2 = j\omega L_2 + \frac{R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_2 \parallel R_2 = \frac{R_2 \cdot \bar{Z}_2}{R_2 + \bar{Z}_2} =$$

$$= \frac{R_2 \cdot \left(j\omega L_2 + \frac{R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1} \right)}{R_2 + j\omega L_2 + \frac{R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}} = \frac{\cancel{R_2} \cdot j\omega L_2 + \frac{R_2 \cdot R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}}{R_2 + j\omega L_2 + \frac{R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}}$$

$$\frac{R_2 + j\omega L_2 + \frac{R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\frac{R_2(R_1 + j\omega L_1) + j\omega L_2(R_1 + j\omega L_1) + R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\frac{R_2 \cdot j\omega L_2 \cdot (R_1 + j\omega L_1) + R_2 \cdot R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\frac{R_1 + j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\frac{R_2(R_1 + j\omega L_1) + j\omega L_2(R_1 + j\omega L_1) + R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\frac{R_1 + j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$= \frac{R_2 \cdot j\omega L_2 (R_1 + j\omega L_1) + R_2 \cdot R_1 \cdot j\omega L_1}{R_2(R_1 + j\omega L_1) + j\omega L_2(R_1 + j\omega L_1) + R_1 \cdot j\omega L_1}$$

$$R_2(R_1 + j\omega L_1) + j\omega L_2(R_1 + j\omega L_1) + R_1 \cdot j\omega L_1$$

$$\text{So } R_1, R_2, \omega, L_1, \text{ e } L_2$$

Now complete it
calculated

Domanda 1:

Il fattore di Qualità è così definito:

Per es. Circuito RLC serie:

Nota: Q non dipende dalla corrente ma dal Circuito

$$Q = 2\pi \cdot E_R \cdot \frac{1}{E_D} = 2\pi \cdot \frac{\frac{1}{2} L I_{\max}^2}{\frac{1}{2} R I_{\max}^2 \cdot T}$$

Per esempio Energia nel induttore

Sono energie alla pulsazione di Risonanza

$E_R \Rightarrow$ Energia immagazzinata nei elementi reattivi durante un periodo

$E_D \Rightarrow$ Energia dissipata dalla resistenza durante un ciclo

$$= 2\pi L \cdot \frac{1}{R \cdot T} = 2\pi \cdot L \cdot \frac{1}{R \cdot \frac{2\pi}{\omega_0}} = 2\pi \cdot L \cdot \frac{\omega_0}{R} =$$

A Risonanza:

$$\frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{1}{f} \\ \omega = \frac{2\pi f}{1} \end{array} \right.$$

$$= \frac{L \cdot \omega_0 \cdot I}{R \cdot I} = \frac{|V_L|}{|V_R|} = \frac{|V_C|}{|V_R|} = \frac{\omega_0}{R/L} = \frac{\omega_0}{B}$$

A Risonanza $|V_C| = |V_L|$

Banda del Circuito RLC

$$B = \frac{R}{L}$$

Corso di Laurea IETInsegnamento PAIE

Nome/Cognome _____

Data 15/01/15

Quindi si vede che a parità di B il circuito ~~filtra~~ filtra bene frequenze alte perché così Q risulta alta. Infatti Q si dice la qualità del filtro cioè quanto è buono il nostro filtro.

Dal punto di vista energetico posso dire che per i circuiti risonanti durante il transitorio prima di arrivare a regime sinusoidale i elementi reattivi accumulano molta energia infatti da per esempio.

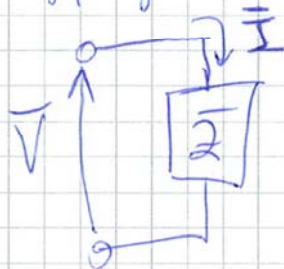
$$Q = \frac{|V_C|}{|V_R|} \quad \text{Si vede che ho } Q \cdot |V_R| = |V_C| \text{ cioè}$$

Se Q è alta posso misurare sul Condensatore tensione molto alta Q volte la tensione su R !

Questo è ~~dato~~ dovuto al transitorio che immagazzina tanta energia nei elementi reattivi in condizioni di Risonanza.

Domanda 2:

b) Suppongo di



$\bar{Z}$, $\bar{V}$ e una certa $\bar{I}$ di conseguenza:

$$V(t) = V_M \cos(\omega t) \rightarrow$$

$$i(t) = I_M \cos(\omega t - \varphi)$$

Prende con fase $= 0$
Senza perdere la generalità

Nota che Scomposto la corrente in componenti sfasate fra di loro di 90°

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi) \stackrel{\swarrow 90^\circ}{=} I_m [\cos(\omega t) \cos \varphi + \sin(\omega t) \sin \varphi]$$

Quindi usando la definizione di potenza:

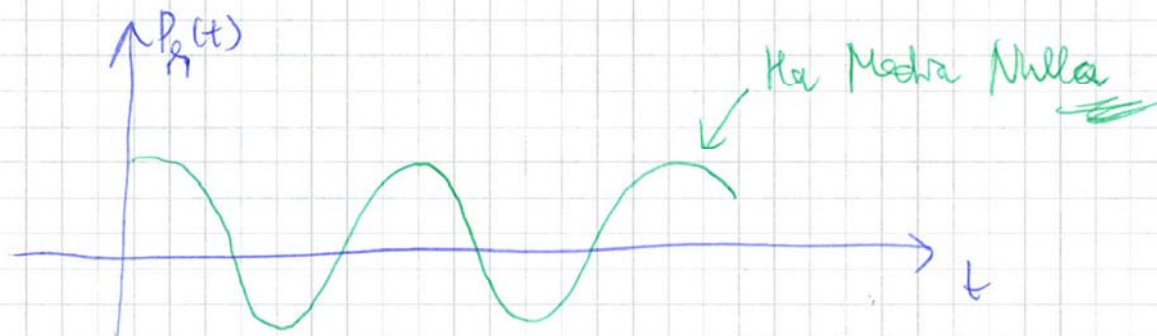
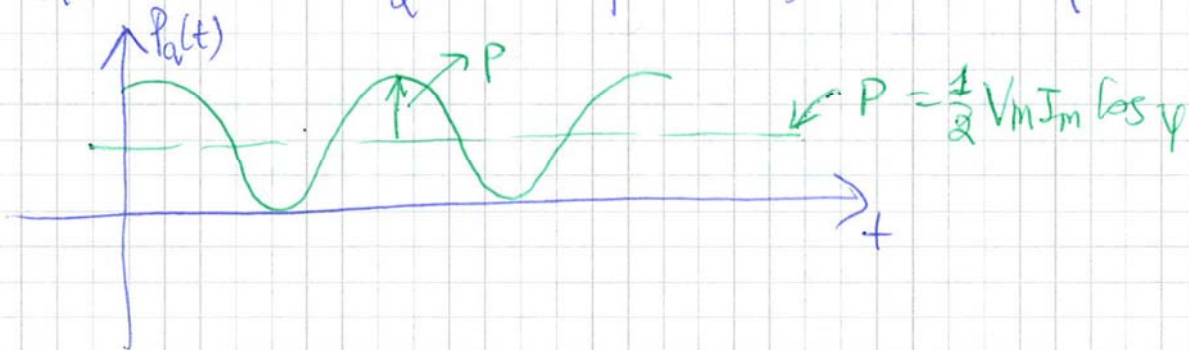
$$P(t) = v(t) \cdot i(t) = V_m \cos(\omega t) \cdot [I_m \cos(\omega t) \cos \varphi + I_m \sin(\omega t) \sin \varphi] =$$

$$\stackrel{\Delta \text{Potenza Attiva Istantanea}}{=} V_m I_m \cos(\omega t) \cos(\omega t) \cos \varphi + \stackrel{\Delta \text{Potenza Reattiva Istantanea}}{=} V_m I_m \sin \varphi \cos(\omega t) \sin(\omega t) =$$

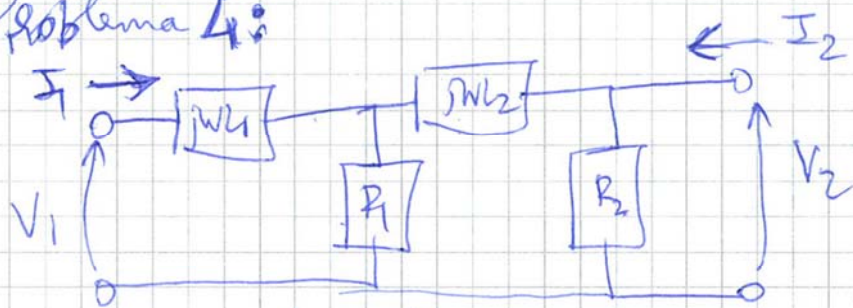
$$= V_m I_m \cos \varphi \left\{ \frac{1}{2} (\cos(2\omega t) + \cos 0) \right\} + V_m I_m \sin \varphi \cdot \frac{\sin(2\omega t)}{2} =$$

$$= V_m I_m \cos \varphi \left[\frac{1}{2} \cos(2\omega t) + \frac{1}{2} \right] + V_m I_m \sin \varphi \cdot \frac{\sin(2\omega t)}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi + \frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi \cos(2\omega t) + V_m I_m \sin \varphi \frac{\sin(2\omega t)}{2}$$



Problema 4:



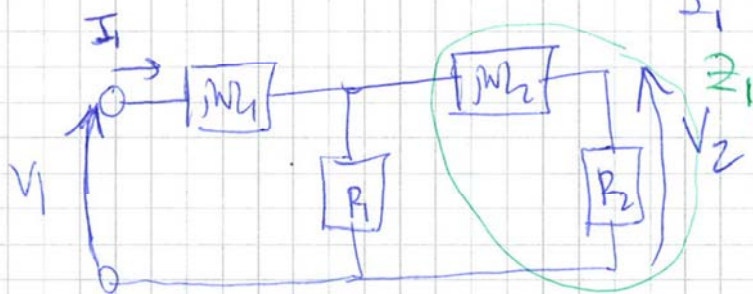
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases}$$

• $I_2 = 0$

$$V_1 = z_{11} I_1 \rightarrow z_{11} = \frac{V_1}{I_1}$$

$$V_2 = z_{21} I_1 \rightarrow z_{21} = \frac{V_2}{I_1}$$



$$\bar{z}_{11} = \bar{z}_{eq} \text{ vista dalla porta 1}$$

$$\bar{z}_1 = jW L_2 + R_2$$

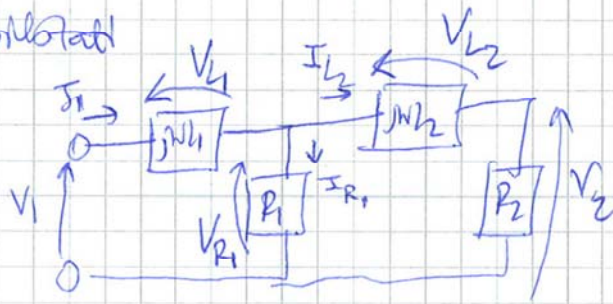
$$\bar{z}_2 = z_1 \parallel R_1 = \frac{R_1 z_1}{R_1 + z_1}$$

$$\bar{z}_3 = \bar{z}_{eq} = jW L_1 + \bar{z}_2 = \bar{z}_{11}$$

$$\bar{Z}_{21} = \bar{Z}_{12}$$

Non ho generatori/pilotati

$$\bar{Z}_{21} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_1}$$



$$V_1 - V_{L1} - V_{R1} = 0$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{L2}$$

$$V_1 - j\omega L_1 I_1 - R_1 I_{R1} = 0$$

$$V_{R1} - V_{L2} - V_2 = 0$$

$$R_1 I_{R1} - j\omega L_2 I_{L2} - V_2 = 0 \quad I_{R1} = I_1 - I_{L2}$$

$$R_1 (I_1 - I_{L2}) - j\omega L_2 I_{L2} - V_2 = 0$$

$$R_1 I_1 - R_1 I_{L2} - j\omega L_2 I_{L2} - V_2 = 0 \quad \bar{I}_{L2} = \bar{I}_1 - \bar{I}_{R1}$$

$$R_1 I_1 - R_1$$

$$V_{R1} - V_{L2} - V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = V_{R1} - V_{L2}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = R_1 (I_1 - I_{L2}) =$$

$$\bar{I}_{R1} = \bar{I}_1 - \bar{I}_{L2}$$

~~$$R_1 I_1 - R_1 I_{L2} - j\omega L_2 I_{L2} - V_2 = 0$$~~

$$= R_1 I_1 - R_1 I_{L2}$$

$$V_{L2} = j\omega L_2 I_{L2}$$

$$V_2 = R_1 I_1 - R_1 I_{L2} - j\omega L_2 I_{L2}$$