Formulario

Mc128k

1 Fondamenti

Legge di Ohm:

$$I = \frac{V}{R}, \quad I = V \cdot G \tag{1.1}$$

Conduttanza, inverso della **resistenza**:

$$G = \frac{1}{R} \tag{1.2}$$

Prima legge di Kirchhoff (per un nodo):

$$\sum^{x} I_x = 0 \tag{1.3}$$

Seconda legge di Kirchhoff (per una maglia):

$$\sum^{x} \Delta V_x = 0 \tag{1.4}$$

Potenza elettrica:

$$P = V \cdot I = R \cdot I^2 \tag{1.5}$$

Potenza termica:

$$T_{max} - T_a = R_t \cdot P \tag{1.6}$$

Resistenze in serie:

$$R_{tot} = \sum_k R_k \tag{1.7}$$

Resistenze in parallelo:

$$\frac{1}{R_{tot}} = \sum_k \frac{1}{R_k} \tag{1.8}$$

Due sole resistenze in parallelo:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.9}$$

Partitore di tensione (tensione ai capi di R_k) - **calcola la corrente di maglia, applicala al componente**:

$$V_k = \frac{V_{AB}}{\sum R} \cdot R_k \tag{1.10}$$

Partitore di corrente (corrente che passa per R_k) - **Calcola la tensione ai capi del parallelo, poi applica a singolo componente**:

$$I_K = I \cdot \frac{G_K}{\sum_L G_L} = I \cdot \frac{\frac{1}{R_K}}{\sum_L \frac{1}{R_L}} \tag{1.11}$$

Per due sole resistenze, corrente che passa per la prima:

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.12}$$

Equivalenza tra GRI e GRV:

$$\begin{cases} R = R \\ I_1 = \frac{E}{R} \end{cases} \tag{1.13}$$

2 Metodi di risoluzione

2.1 Stella-Triangolo

r per triangolo, R per stella, si trovano resistenze con posizione opposta:

$$\begin{cases} r_A = \dfrac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_A} \\ r_B = \dfrac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_B} \\ r_C = \dfrac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_C} \end{cases} \tag{2.1}$$

$$\begin{cases} R_A = \dfrac{r_B r_C}{r_A + r_B + r_C} \\ R_B = \dfrac{r_A r_C}{r_A + r_B + r_C} \\ R_C = \dfrac{r_B r_A}{r_A + r_B + r_C} \end{cases} \tag{2.2}$$

Mnemonico: per triangolo, somma combinazioni prodotti, resistenza opposta. Per stella prodotto escluse diviso somma di tutte.

2.2 Millman

$$V_{AB} = \frac{\sum I_{cc}}{\sum G_{inc}} \tag{2.3}$$

$$G_{inc} = \frac{\Delta I}{\Delta V_{AB}} \tag{2.4}$$

2.3 Thevenin

Dato circuito diviso in due parti. Trovare GRI o GRV equivalente a prima parte (linearità circuito).

- R_{eq}, spegnere generatori indipendenti, calcolare resistenza con altri metodi
- V_{eq}, sovrapposizione effetti, Millman, altro

Si possono anche trovare entrambi in un colpo imponendo un generatore ai terminali del componente e cercando la relazione $V = V_{eq} + R_{eq}I$.

2.4 Norton

Il duale di Thevenin, si trova la corrente di cortocircuito e la resistenza equivalente.

2.5 Metodo dei nodi

Viene diviso il circuito in nodi riferiti ad una massa comune, ogni nodo ha un nome $(A, B, \dots)$. Le correnti di cortocircuito sono date dal prodotto delle conduttanze e le tensioni ai nodi:

$$\left[\sum I_{CC}\right] = \left[\sum G_{inc}\right][V] \tag{2.5}$$

Procedendo per ispezione, si compilano le I_{CC} trovando le correnti di cortocircuito di ogni sezione di filo che collega il nodo in considerazione agli altri. Poi si sommano, ponendole negative se la corrente è uscente.

Per le conduttanze incrementali si procede come con Millmann, in particolare nella diagonale principale si hanno le somme delle conduttanze incrementali per tutti gli altri nodi collegati (nel punto $1, 1$ della matrice, corrispondente al nodo A, si sommano le conduttanze AD, AB, AC), mentre negli altri posti le singole conduttanze in comune **cambiate di segno** (per esempio nel posto $1, 2$ che corrisponde alla parte di maglia che va da A a B, si trova la conduttanza della resistenza).

Nei **casi degeneri** aggiungere una variabile che indica il valore non calcolabile, e aggiungere il tutto alla matrice (nuova riga, nuova colonna) per legarla al resto del problema.

2.6 Metodo delle maglie

Si tratta del duale del metodo dei nodi. Per prima cosa si identificano le maglie in modo da avere la copertura minima. Vengono indicate all'interno le correnti di maglia che saranno le incognite, quindi si compone la matrice (che ricorda la legge di Ohm):

$$\left[\sum V\right] = \left[\sum R\right][I] \tag{2.6}$$

Per compilare la matrice per ispezione si inserisce, maglia per maglia, la somma delle tensioni dei generatori presenti (tenendo conto dei segni) e per le resistenze la somma delle resistenze della maglia nella diagonale principale e quelle in comune con le altre maglie negli altri posti (sempre cambiate di segno).

Fare attenzione a generatori di corrente, impongono una determinata corrente e fanno trovare subito almeno una incognita.

3 Componenti reattivi

3.1 Condensatore

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} \tag{3.1}$$

$$v_{AB}(t) = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(\tau)d\tau + V_{C0} \tag{3.2}$$

$$i(t) = C \cdot \frac{d}{dt} V_{AB} \tag{3.3}$$

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{d(v_c^2(t))}{dt} = C \frac{dv_c(t)}{dt} \tag{3.4}$$

Per il transitorio si definisce $\tau = RC$ che rappresenta il tempo necessario per arrivare al 63% di carica, quando $t = 5\tau$ il transitorio si considera finito. Si considerano le percentuali relative alla escursione prevista, non come se partisse sempre da 0V.

I **condensatori in serie** funzionano come le resistenze in parallelo, e viceversa.

3.2 Induttanza

Legge di circuitazione di Ampére, la corrente genera un campo magnetico:

$$\bar{H} \oint_l dl = I \tag{3.5}$$

Un numero N di avvolgimenti genera un flusso concatenato:

$$H = I \frac{N}{L} \tag{3.6}$$

La legge di Faraday-Lenz dichiara invece come una variazione del campo magnetico genera una corrente. La tensione indotta in uscita è data da:

$$e_2 = -\mu_2 S \frac{dB}{dt} \tag{3.7}$$

Dove B è il campo magnetico e μ la permeabilità magnetica.

La **legge di Hopkinson** mette in relazione corrente e flusso magnetico come la legge di Ohm mette in relazione corrente e tensione:

$$NI = \mathscr{R}\phi \tag{3.8}$$

$$\mathscr{R} = \sum_I \frac{l_i}{S_i \mu_i} = \sum \mathscr{R}_i \tag{3.9}$$

Il **flusso magnetico di un induttore** è proporzionale alla corrente:

$$N\phi = LI = BS \tag{3.10}$$

La legge ai morsetti è duale al condensatore:

$$v_L = \frac{di_l}{dt} \cdot L \tag{3.11}$$

Serie e parallelo sono duali ai casi del condensatore, quindi in serie si sommano.

4 Regime sinusoidale

Fare attenzione alle differenze di fase nei generatori, vanno riportate quando si trasformano.

- Resistenza: R
- Condensatore: $\frac{1}{j\omega C}$
- Induttanza: $j\omega L$
- Generatore: $E \cdot e^{j\phi}$, $\cos(100t) \to 100 rad/s$

Nella rappresentazione fasoriale la tensione è reale, e la corrente viene sfasata. Se $\phi > 0$ il componente è ohmico-induttivo (genera corrente in anticipo), altrimenti ohmico-capacitivo (va caricato, quindi necessita corrente)

$$\text{IMPEDENZA } \bar{z} \leftrightarrow \text{AMMETTENZA } \bar{y} \tag{4.1}$$
$$\text{IMPEDENZA} = \text{RESISTENZA} + \text{REATTANZA} \tag{4.2}$$
$$\text{AMMETTENZA} = \text{CONDUTTANZA} + \text{SUSCETTANZA} \tag{4.3}$$

4.1 Potenza

$$p(t) = p_{att} + p_{flutt} = \frac{1}{2}V_{max}I_{max}\cos\varphi \quad + \quad \frac{1}{2}V_{max}I_{max}\cos(2\omega t - \varphi) \tag{4.4}$$
$$p(t) = p_A + p_R \tag{4.5}$$
$$P_A(t) = \left[\frac{V_{max}I_{max}}{2} + \frac{V_{max}I_{max}}{2}\cos(2\omega t)\right]\cos\varphi \tag{4.6}$$
$$P_R(t) = \frac{1}{2}V_{max}I_{max}\sin(2\omega t)\sin\varphi \tag{4.7}$$

La potenza media assorbita si ottiene con la media integrale. Il **valore RMS** si ottiene con la radice della potenza media:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} \tag{4.8}$$

Nel caso del regime sinusoidale basta fare $I_{max}/\sqrt{2}$.

La **potenza complessa** contiene potenza attiva e reattiva in un solo numero complesso.

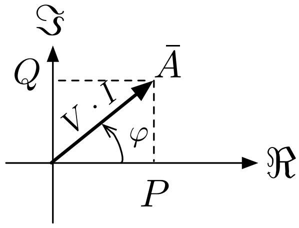

Figura 1: Potenza complessa

$$\bar{A} = P + jQ = VI\cos\varphi + jVI\sin\varphi \tag{4.9}$$
$$\bar{A} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* \tag{4.10}$$

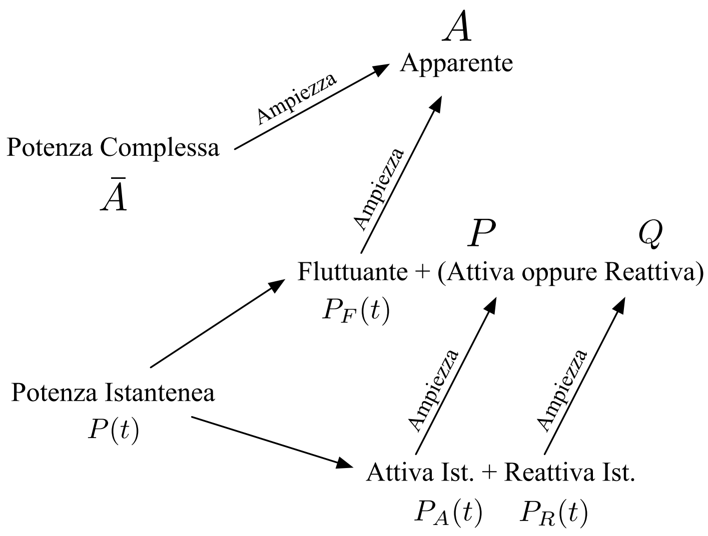

Figura 2: Riepilogo delle potenze

5 Comportamento in frequenza

Il diagramma di Bode indica come viene modificata la ampiezza in ingresso a seconda della frequenza.

La risposta in frequenza di un filtro si ottiene con il rapporto fra corrente o tensione in uscita con quella in entrata:

$$\bar{H}(j\omega) = \frac{\bar{V}_u}{\bar{V}_i} \tag{5.1}$$

I poli e gli zeri si trovano portando la risposta in frequenza nella forma:

$$\bar{H}(j\omega) = H_0 \frac{\left(\frac{j\omega}{z_1} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{z_2} + 1\right)\dots\left(\frac{j\omega}{z_n} + 1\right)}{\left(\frac{j\omega}{p_1} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{p_2} + 1\right)\dots\left(\frac{j\omega}{p_d} + 1\right)}(j\omega)^m \tag{5.2}$$