A

FISICA GENERALE I - PROVA SCRITTA DEL 9.5.2014

*La prova è organizzata in due parti. Coloro che sostengono la prova intermedia devono affrontare i problemi della Parte I e devono consegnare l'elaborato entro **due ore** dall'inizio. Ad ogni problema risolto viene assegnato un voto da 0 a 10. Coloro che devono sostenere l'esame per intero (appello straordiario) hanno a disposizione **tre ore**. In questo caso ad ogni problema viene assegnato un punteggio da 0 a 8; dunque è necessario risolvere almeno tre problemi, di cui uno nella Parte I, uno nella Parte II e il resto a scelta. Non è consentito l'uso di testi e appunti di ogni genere né quello di smartphones collegati a internet.*

Parte I - Meccanica

Problema 1.1 Un pendolo, di lunghezza L = 15 cm e massa m = 50 g, è inizialmente tenuto fermo nella posizione mostrata in figura, dove l'angolo che il filo forma con la verticale per il punto di sospensione è 90°. Ad un certo istante il pendolo viene rilasciato: giunto nella posizione più bassa urta centralmente in modo perfettamente elastico un corpo di massa M.
Calcolare:

1. con che velocità il pendolo giunge nella posizione verticale; *$v^2=2gL$, $v=1.72$ m/s*

2. la velocità del pendolo e quella del corpo dopo l'urto, se M = 2 m; dalla conservazione di momento lineare ed energia cinetica si trova *$v'=-v/3 = 0.57$m/s, $V'=2v/3 = 1.14$m/s, dove v' e V' sono le velocità della massa m e della massa M rispettivamente.*

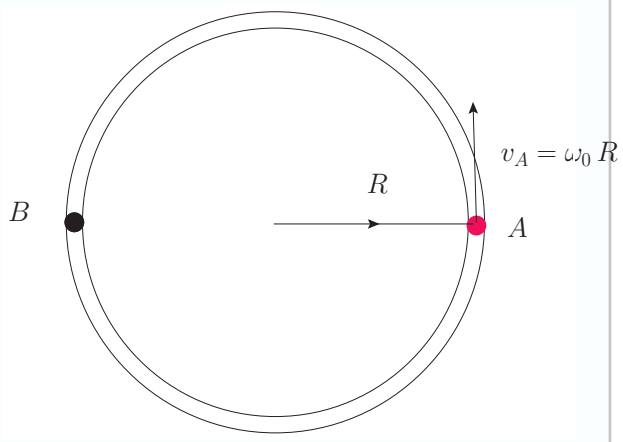
3. l'altezza raggiunta dal pendolo dopo l'urto ; *La massa legata al pendolo riparte con una velocità tre volte inferiore quindi la sua energia cinetica è 9 volte inferiore e anche l'altezza sarà 9 volte piû piccola, dunque $h'=15/9 = 1.67$cm.*

4. quanto spazio è necessario per arrestare il corpo, se il coefficiente di attrito dinamico fra corpo e piano è $\mu = 0.25$; *la velocità della massa M dopo l'urto e` $2v/3$. Sotto l'azione dell'attrito la velocità decresce in base alla equazione $V(t) = V(0) - \mu\, g\, t$ e quindi si ferma al tempo $t=V(0)/\mu = 0.46$s. In questo tempo lo spazio percorso è $V(0)t - a\, t^2/2 = L/\mu = 26.6$cm.*

5. dire come cambiano le risposte ai quesiti precedenti se si raddoppiano entrambe le masse m e M . *Non cambia nulla, in quanto tutta le forze (gravità e attrito) sono proporzionali alle masse.*

Problema 1.2 Su un piano orizzontale è presente una guida circolare di raggio R, all'interno della quale sono presenti due sferette A e B (da considerarsi puntiformi), aventi masse uguali $m_B = m_A$. La sferetta A sta viaggiando con velocità angolare costante ω_0 in senso antiorario, mentre B è ferma. All'istante iniziale si osserva che A e B sono agli estremi di un diametro della guida, come mostrato in figura.

1. Dopo quanto tempo dall'istante iniziale A urterà B? *Angolo/vel.ang.* $= \pi/\omega_0$.
2. L'urto tra le due sferette è elastico. Con che velocità e in quale verso si muovono le due sferette dopo il primo urto? *Per masse uguali si sa che in un urto frontale la massa A si arresta e la massa B parte con la stessa velocità che aveva A prima dell'urto. Dunque* $V_B = \omega_0 R$.
3. Dopo quanto tempo (dal primo urto) le due sferette si urtano di nuovo? *La sferetta B deve compiere un intero giro alla vel.ang.* ω_0 *dunque il tempo è* $2\pi/\omega_0$.
4. In quale punto della guida avviene il secondo urto? *Nel punto dove si è fermata A.*



5. Come si descrive il moto delle due sferette in un riferimento rotante tale che il momento angolare totale delle due sferette sia nullo? Nel riferimento in moto rotatorio con velocità angolare $\omega_0/2$ *il moto delle sferette appare simmetrico. Hanno velocità angolare* $\omega_0/2$ *e* $-\omega_0/2$ *rispettivamente. Si incontreranno in una posizione con angolo* $\pi/2$ *rispetto all'asse x, rimalzeranno scambiandosi le velocita` e si incontrranno di nuovo a un angolo* $-\pi/2$ *dopo un tempo* $\pi/(\omega_0/2)$ *, cioè* $2\pi/\omega_0$.

Problema 1.3 Un cilindro cavo omogeneo di raggio esterno R=5 cm, raggio interno r=3 cm e alto h = 50 cm, massa M=2 Kg è posto in movimento su un piano inclinato perfettamente liscio che forma un angolo di 30^0 con l'orizzontale. Il cilindro rotola senza strisciare e la velocità iniziale del baricentro è $v_0 = 50$ cm/s. Si chiede

1. a che altezza il cilindro si ferma, considerando il moto senza attrito?

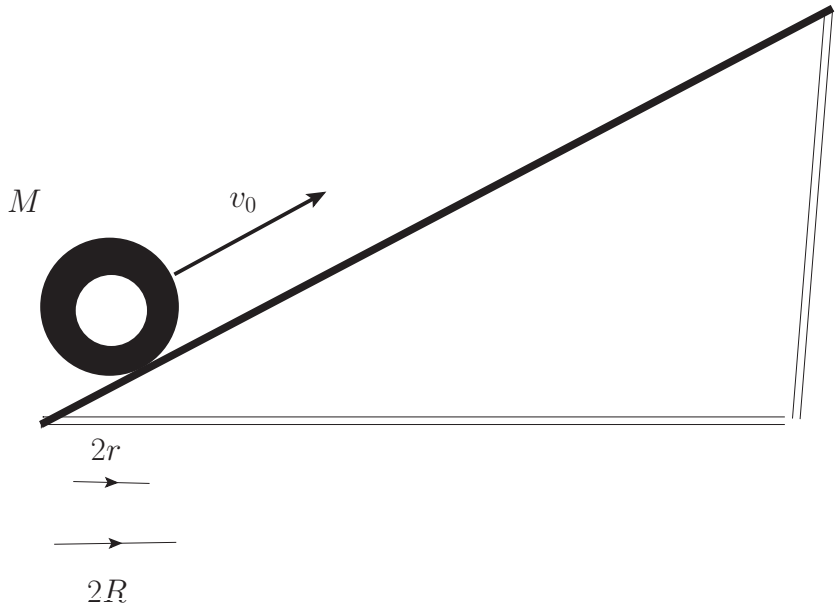
Si deve calcolare l'energia cinetica del cilindro: $K = M v_0^2/2 + I \omega_0^2/2$ *. Il momento di inerzia è dato da* $M(R^2+r^2)/2$ *e* $\omega_0 = v_0/R$. *Per il momento di inerzia si procede cosí. Se chiamiamo* ρ *la densità abbiamo che I è dato dalla differenza* $I(R)-I(r) = \rho\,(V(R)\,R^2 - V(r)\,r^2)/2$. *Ma la massa è data da* $M = \rho\,(V(R)- V(r))$ *e quindi eliminando la densità si trova*

$I = M\,(V(R)\,R^2 - V(r)\,r^2)/(V(R) - V(r))/2$. *Per un cilindro* $V(r)=\pi\, r^2\, h$ *e perciò* $I = M(R^2+r^2)/2$. *Per una sfera cava vremmo* $I = 2/5\, M\,(V(R)\,R^2 - V(r)\,r^2)/(V(R) - V(r)) = 2/5\, M\,(R^5-r^5)/(R^3-r^3)$.

2. Quanto tempo impiega il cilindro per raggiungere il punto più alto? *Se indichiamo con s(t) lo spostamento lungo il piano inclinato, l'energia totale sarà data da* $E =$

$(M/2+I/2R^2)\ (ds/dt)^2 + M\ g\ s(t)\ sin(30^0) = M/4\ (3 + r^2/R^2)\ (ds/dt)^2 + M\ g\ s(t)/2$. Derivando rispetto al tempo si trova l'accelerazione $a=g/(3+(r/R)^2)$. Da questo valore si deduce che la velocità ds/dt decresce come $v(t) = v(0) - a\ t$ e quindi il cilindro si ferma dopo un tempo $t=v(0)/a$.

3. Come cambia il risultato nel caso di una sfera piena omogenea di raggio R e con la stessa massa? *Basta sostituire I con $2\ M\ R^2/5$.*



FISICA GENERALE I - PROVA SCRITTA DEL 9.5.2014

	Risposte I parte
1.1.1	
1.1.2	
1.1.3	
1.1.4	
1.1.5	
1.2.1	
1.2.2	
1.2.3	
1.2.4	
1.2.5	
1.3.1	
1.3.2	
1.3.3	

FISICA GENERALE I - PROVA SCRITTA DEL 9.5.2014

	Risposte II parte
2.1	v=
2.2	d=
2.3	ρ=

Cognome_____

Nome_____

N. mat. _____