Formulario

Moto in una dimensione

Velocità e accelerazione:

$$v = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad a = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Moto uniformemente accelerato:

$$v = v_0 + a \cdot t$$
$$x = x_0 + v_0\, t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_{x0} + v_x)t$$
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

Moto in due dimensioni

Il **moto dei proiettili** si scompone nelle componenti, in cui il movimento viene alterato dalla forza di gravità sull'asse perpendicolare al piano. Si applicano le formule del moto rettilineo, la gittata ideale si ottiene con una inclinazione di 45 gradi.

$$y = x \cdot \tan\theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta} x^2$$
$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

Per la **gittata**:

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Per il **moto circolare**:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Se il moto è **circolare uniforme**:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$v_{tang} = \omega r$$
$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 r$$

Forza centripeta:

$$\left|\sum F\right| = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Gravitazione

$$\overrightarrow{F_g} = -\frac{G(Mm)}{r^2}\hat{r}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{Kg^2}$$

Terza legge di Keplero:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_s} R^3$$

Velocità di fuga:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Attrito

L'attrito può essere statico (primo distacco) e dinamico (in movimento).
Per quello statico massimo rispetto alla forza normale al piano:

$$f_{s\,max} = \mu_s \cdot N$$
$$N = mg$$

Da notare che la forza di attrito statico varia a seconda della forza impressa sul corpo fino al valore massimo.

Per l'attrito dinamico la forza è proporzionale alla normale al piano:

$$F_k = \mu_k \cdot F_N$$

Forze e lavoro

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Il lavoro eseguito da una forza è dato dalla forza per lo spostamento **utile** oppure come una differenza di energia cinetica:

$$W = L = F \cdot l$$
$$W = K_f - K_i \; (forze\ vive)$$

La gravità è una **forza conservativa**, mentre l'attrito non la è. Una forza si dice conservativa se il lavoro compiuto è nullo per un percorso chiuso, quindi lavoro negativo e positivo si annullano.

Potenza:

$$P = \frac{dL}{dt}$$

Molla

Forza **elastica**:

$$F = kx$$
$$U_f - U_i = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

L’energia potenziale quando la molla è tesa o compressa di x:

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

Inerzia

Il momento di **inerzia rotazionale** di un corpo rigido formato da masse puntiformi che ruotano rispetto ad un asse è definito come:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Per I diversi solidi Il momento di inerzia si calcola in diversi modi:

- Anello: $I = MR^2$
- Cilindro cavo: $\frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
- Cilindro: $\frac{1}{2}MR^2$
- Sfera: $\frac{2}{5}MR^2$

Energia cinetica

È la energia posseduta da corpi in movimento, se un corpo si muove ha energia cinetica, altrimenti è zero.

$$K = \frac{1}{2}m \cdot v^2$$

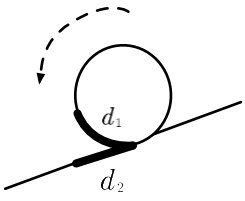
La energia cinetica totale si calcola sommando tutte quelle presenti, comprese rotazioni.

Per calcolare la energia cinetica di un corpo in rotazione:

$$K = \frac{1}{2}I \cdot \omega^2$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Dove v rappresenta la velocità della superficie del corpo in rotazione, uguale alla velocità di spostamento del corpo nel caso in cui rotoli.



$d_1 = d_2$

Per il **momento di inerzia** di un oggetto che **rotola** (quindi sviluppa una sua inerzia):
Cilindro pieno: $I = \frac{1}{2}MR^2$
Cilindro vuoto: $I = MR^2$
Cilindro cavo: $I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$

Energia potenziale

La energia potenziale varia solo con l'altezza, non importa che percorso fa il corpo.

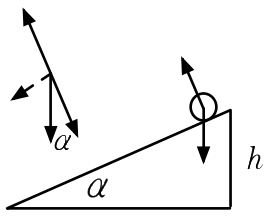
$$U = mgh$$

Forza peso:

$$L = -mgh$$

Per un corpo che riceve una reazione vincolare, la energia potenziale cambia a seconda di come un corpo può muoversi. Il vettore della forza gravitazionale viene modificato da eventuali vincoli. Per esempio per il piano inclinato raffigurato la energia potenziale del corpo vale:

$$U = m \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot h$$



Per esempio, un corpo in equilibrio non ha energia potenziale, dato che la accelerazione di gravità viene completamente annullata dalla reazione vincolare.

Energia meccanica

La somma della energia potenziale e quella cinetica.

$$E_{tot} = K + U$$

Conservazioni

La quantità di moto è definita come:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Conservazione del moto (nessuna forza esterna):

$$P = \sum_{i}^{N} m_i v_i$$

Se la energia meccanica è costante, non c'è lavoro non conservativo.

Urti

Urto elastico (si conserva l'energia cinetica):

$$\begin{cases} P_{1i} + P_{2i} = P_{1f} + P_{2f} \ \ (cons.moto) \\ K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f} \ \ (en.cinetica) \end{cases}$$

Urto anelastico (parte dell'energia viene assorbita):

$$v_f = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \ (\boldsymbol{media\ ponderata}\ da\ v)$$