

ESERCITAZIONE N.8

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	momento meccanico di una forza
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	momento angolare di una particella
$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	analogo rotazionale della II legge di Newton
$\vec{L} = I \vec{\omega}$ e $\vec{M} = I \vec{\alpha}$	equazioni per la rotazione di un corpo rigido attorno ad un asse
$E_{cinetica} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$	energia cinetica totale (puro rotolamento): termine traslazionale + termine rotazionale
$I = I_0 + m d^2$	Teorema degli assi paralleli

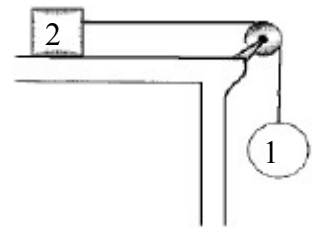
1. Quattro corpi puntiformi identici, ciascuno avente una massa m , sono fissati ad un telaio di massa trascurabile, che si trova nel piano xy . Le masse si trovano nei punti di coordinate A($a, 0$), B($0, a$), C($-a, 0$) e D($0, -a$). Determinare il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse z , all'asse x e all'asse y . Se la velocità angolare è ω , quanto vale l'energia cinetica rotazionale in ciascuno dei tre casi di rotazione?

$$[I_x = I_y = 2 m a^2 ; \quad I_z = 4 m a^2 ; \quad K_x = K_y = m a^2 \omega^2 ; \quad K_z = 2 m a^2 \omega^2]$$

2. Due corpi di massa m_1 e m_2 sono collegati come in figura. La fune leggera passa attorno una carrucola di massa M e raggio R . La massa 2 scivola sul piano privo di attrito.

Determinare l'accelerazione delle due masse.

$$[a = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M} g]$$



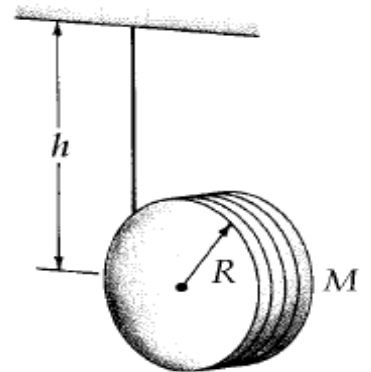
3. Si consideri una sbarretta di lunghezza l e massa m libera di ruotare intorno ad un piolo senza attrito. Il piolo è fissato ad un'estremità della sbarretta. Essa viene abbandonata quando si trova nella posizione orizzontale. Calcolare:

- il momento d'inerzia della sbarretta rispetto ad un asse perpendicolare alla sbarretta passante per un estremo;
- il momento meccanico della forza peso in un istante della rotazione in cui la sbarretta forma un angolo θ con la verticale passante per il piolo;
- la velocità angolare della sbarretta e la velocità lineare del centro di massa nella posizione più bassa.

$$[I_{es} = \frac{1}{3} m l^2 ; \quad M = m g \frac{l}{2} \sin(\theta) \quad \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}} ; \quad v_{cm} = \frac{1}{2} \sqrt{3 g l}]$$

4. Una corda di massa trascurabile è avvolta attorno ad un disco omogeneo di massa M e raggio R , mentre l'altro estremo è agganciato ad un supporto fisso. Si calcoli:
- la tensione della corda
 - l'accelerazione del centro di massa del disco mentre scende
 - la velocità del disco dopo che è sceso di un tratto h .

$$\left[T = \frac{1}{3}Mg \ ; \ a = \frac{2}{3}g \ ; \ v = \sqrt{\frac{4gh}{3}} \right]$$



5. Calcola il momento di inerzia di un anello (di spessore trascurabile) rispetto ad un asse passante per il suo centro e perpendicolare al piano su cui giace l'anello. Porre la massa m e il raggio R . Ripeti il calcolo considerando l'anello "pieno", ossia come se fosse un disco. Infine studia il caso intermedio: un disco con un foro centrale di spessore r non trascurabile (*corona circolare*).

$$\left[I_{\text{anello}} = mR^2 \ ; \ I_{\text{disco}} = \frac{1}{2}mR^2 \ ; \ I_{\text{inter}} = \frac{1}{2}m(R^2 + r^2) \right]$$

6. Una sferetta di massa m e raggio R si trova in cima ad un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale e alto h . La sferetta comincia a rotolare senza strisciare. Calcolare: l'accelerazione con la quale scende e la forza d'attrito ; la velocità del centro di massa quando la sferetta arriva in fondo al piano.



$$\left[v_{cm} = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \ ; \ a = \frac{5}{7}g \sin(\theta) \ ; \ F_a = \frac{2}{7}mg \sin(\theta) \right]$$