

LEGENDA (non sono riportate i simboli per le unità del SI, in quanto banali)	
<i>Simbolo</i>	<i>Significato</i>
R, S, A, B, V, L, N, F, P, I...	Vettori in generale (sono compresi anche eccezioni, specificate anche durante la trattazione: a, g, ω , α , p, τ)
m, k, w, u, q, l	Grandezze scalari in generale (sono comprese anche eccezioni, specificate anche durante la trattazione: K, E, E_m , I)
$\hat{i}, \hat{a}, \hat{e}, \hat{o}, \hat{u}, \hat{c}, \hat{g}, \hat{h}, \hat{j}, \hat{s}, \dots$	Versori in generale
$\beta, \theta, \alpha, \gamma, \dots$	Angoli in generale
Δ	Simbolo indicante "differenza"
x, y, z	Assi fondamentali
dA/db	Derivata di A rispetto alla variabile b (è sottinteso che A(b), cioè A è in funzione di b). db è "materialmente" definibile come la parte infinitesima di b (cioè una parte piccolissima di b, qualunque cosa sia b)
a→b	a implica b
a↔b	a è equivalente a dire b
a→[...]→b	a implica b perché e solo se vale ciò che è scritto dentro la parentesi quadra
...0	0 al pedice significa che il dato (qualunque cosa sia) è quello iniziale
...f	f al pedice significa che il dato (qualunque cosa sia) è quello finale
...x ...y ...z	L'indicazione dell'asse al pedice indica la "parte" di vettore scomposta trigonometricamente lungo quell'asse
ρ	Densità (di massa) (è uno scalare)
r	Raggio di circonferenza (può essere anche inteso come vettore se rappresentato con una direzione)
X	Vettore Spostamento lineare (rappresenta lo spazio percorso)
g	Vettore accelerazione di gravità terrestre ($=9,81\text{m/s}^2$) (è + se il corpo scende, - se il corpo sale, rispetto all'asse verticale)
t	Tempo (è uno <u>scalare</u>)
m	Massa (è uno scalare)

PARTE A: MECCANICA

FORMULARIO COMPLETO PER ARGOMENTI				
Nome Grandezza/Teorema	Simbolo	Formula	Udm	Note/osservazioni/spiegazione simboli formula
(1) VETTORI				
Somma fra vettori	R+S	R+S=(R _x +S _x)+(R _y +S _y)+(R _z +S _z)		Graficamente è la regola del parallelogramma
Prodotto scalare	R•S	R•S= R • S •cosθ		θ è l'angolo compreso fra I due vettori. Il risultato è una grandezza scalare (infatti manca il versore alla fine!)
Prodotto vettoriale	R×S/R^S	R×S= R • S •senθ•ô		ô è il versore ⊥ al piano passante per R e S. Il risultato è un nuovo vettore . Si può verificare graficamente che R×S è il valore dell'area piana del parallelogrammo formato con i vettori R e S→ l'area è un vettore
(2) CINEMATICA (studia i moti del punto materiale indipendentemente dalle cause che provocano il moto)				
(2-a) Cinematica del movimento lineare unidimensionale				
Velocità media	V _m	V _m =ΔX/Δt =(x _f -x ₀)/(t _f -t ₀)•ĉ	m/s	ΔX= (x _f -x ₀) •ĉ
Velocità istantanea	V	V=dX/dt	m/s	E' il limite per Δt→0 di V _m
Accelerazione media	a _m	a _m =ΔV/Δt =(V _f -V ₀)/(t _f -t ₀)•ô	m/s ²	ΔV= (V _f -V ₀) •ô NB: è un <u>vettore</u> anche se la lettera è minuscola (eccezione alla regola)
Accelerazione istantanea	a	a=dV/dt =d ² X/dt ²	m/s ²	E' il limite per Δt→0 di a _m NB: è un <u>vettore</u> anche se la lettera è minuscola (eccezione alla regola)
(Formule particolari ricavate nel caso che a=COSTANTE)		V=V ₀ +a•t	m/s	t è inteso come Δt=t _f -t ₀
		X=X ₀ +V ₀ •t+1/2•a•t ²	m	
(2-b) Cinematica del movimento circolare (in questa sezione tutti gli angoli vanno espressi solo in radianti, mai in gradi)				
Velocità angolare media	ω _m	ω _m =Δθ/Δt =(θ _f -θ ₀)/(t _f -t ₀)	rad/s	<u>Non è un vettore</u> in quanto Δθ non è un vettore (poiché la somma fra due diversi spostamenti angolari non è commutativa)
Velocità angolare istantanea	ω	ω=dθ/dt	rad/s	E' un <u>vettore</u> (eccezione alla regola della lettera maiuscola) in quanto dθ è un vettore (dθ è uno spostamento infinitesimo...). La sua direzione è ⊥ al piano di rotazione. E' il limite per Δt→0 di ω _m
Accelerazione angolare media	α _m	α _m =Δω/Δt =(ω _f -ω ₀)/(t _f -t ₀)	rad/s ²	Non è un vettore (perché non lo è Δω)
Accelerazione angolare istantanea	α	α=dω/dt =d ² θ/dt ²	rad/s ²	E' un <u>vettore</u> (eccezione alla regola), stessa cosa che per ω. E' il limite per Δt→0 di α _m
(Formule particolari ricavate nel caso che α=COSTANTE)		ω=ω ₀ +α•t	rad/s	t è inteso come Δt=t _f -t ₀
		θ=θ ₀ +ω ₀ •t+1/2•α•t ²	rad	
Spazio su arco di circonferenza		X _{circ} =θ•r	m	θ=angolo che individua l'arco di lunghezza X
Velocità tangenziale (lineare)	V _{tang} = V _t	V _{tang} =ω×r= ω • r •ĉ	m/s	E' sempre presente nel moto circolare e ω⊥r → senθ=1. Inoltre sempre r⊥V
Accelerazione radiale	a _{rad} = a _r	a _{rad} =ω×V= ω • V •û = ω ² • r •û	m/s ²	E' centripeta (cioè puntante verso il centro) e ω⊥V → senθ=1. E' sempre presente poiché è dovuta alla variazione continua (dovuta appunto alla rotazione!) della direzione di V _{tang}
Accelerazione tangenziale	a _{tang} = a _t	a _{tang} =α×r= α • r •ĉ	m/s ²	Il suo versore è uguale a quello di V _{tang} . Questa accelerazione è presente solo se V _{tang} non è costante (cioè se α≠0)
(3) LE FORZE (NB: le grandezze di questo capitolo sono tutte vettori)				
I legge di Newton	teorema	Finché su un corpo ΣF=0, a=0		se ΣF=0 (condizione di equilibrio del punto materiale), allora V _{corpo} è o =0 (equilibrio statico) o costante (equilibrio dinamico)
II legge di Newton	teorema	F=m•a		Da qui deriva che [N]=[Kg•m/s ²]
III legge di Newton	teorema	Mutue azioni di 2 corpi sono sempre uguali in modulo e direzione, ma dirette in versi opposti		E' il cosiddetto principio di azione-reazione, poiché in pratica afferma che a ogni azione corrisponde un reazione uguale e contraria
Forza di interazione gravitazionale (forza di attrazione fra 2 corpi m ₁ e m ₂)	F _{1,2}	F _{1,2} =G•(m ₁ •m ₂)/d _{1,2} ² •ŝ	N	G=6,67•10 ⁻¹¹ [N•m ² /Kg ²]=costante m ₁ e m ₂ =masse dei due corpi (m ₁ >m ₂) d _{1,2} =distanza fra i centri dei due corpi (di versore ŝ) Dimostrazione di come si trova g Forza peso di un corpo (di massa m ₂)=F _{T,2} =[(G•m _T)/r _T ²]•m ₂ se r _T =d _{1,2} =raggio medio della Terra, m _T =m ₁ =massa della Terra quindi si definisce g=[(G•m _T)/r _T ²] NB: si è trascurata nel calcolo la distanza superficie terrestre-corpo m ₂ poiché infinitesima rispetto al raggio della Terra (anche se volendo essere precisi d _{1,2} =r _T +d _{T,m2})

Forza di Coriolis	F_{cor}	$F_{cor} = -2 \cdot m \cdot (\omega \times V)$	N	E' la forza apparente generata da un corpo in moto visto da un SdR in rotazione (che non è inerziale) rispetto a un SdR inerziale. Ha il versore sempre $\perp$ al versore della velocità del corpo. V =velocità del corpo nel SdR non inerziale. NB: come si nota dalla formula, questa forza esiste se e solo se il corpo è in movimento se guardato dal SdR non inerziale
Forza peso (di un corpo)	P	$ P =m \cdot g $	N	Il versore di P va dal centro del corpo al centro della Terra
Forza normale (di un corpo)	N	Come calcolarla dipende dalle forze agenti sul corpo	N	E' la forza generata dal contatto di un corpo col suolo, e il suo versore è perfettamente $\perp$ alla linea del suolo (cioè $\perp$ al pavimento). Se non c'è nessun altra forza verticale agente sul corpo $N=P_v$
Forza d'attrito statico (sviluppata fra due corpi fermi)	F_s	$ F_s^{max} = \mu_s \cdot N $	N	μ_s =coefficiente d'attrito statico fra corpo e superficie NB: la formula vale solo per la condizione limite della forza massima. In generale si può dire solo che $0 < F_s < F_s^{max}$ NB: il versore di F_s è sempre opposto alla direzione di moto (vettor X)
Forza d'attrito dinamico (sviluppata fra due corpi in movimento reciproco)	F_d	$ F_d = \mu_d \cdot N $	N	μ_d =coefficiente d'attrito dinamico fra corpo e superficie ($<$ di μ_s) NB: questa formula vale sempre, a differenza di quella precedente (che valeva solo in condizioni limite) NB: il versore di F_d è sempre opposto alla direzione di moto (vettor X)
Forza della molla	F_m	$F_m = -k \cdot X$	N	k =costante della molla X =vettore di deformazione della molla (compressione/dilatazione) NB: il calcolo di F_m vale per istanti (poiché X varia istante per istante)
(4) LAVORO/POTENZA/ENERGIA (NB: le grandezze di questo capitolo sono tutte scalari)				
Lavoro di una Forza ("Work")	w	$w = \int_0^t F \cdot dX$	$J = N \cdot m$	E' sottointeso che F(X) NB: Questa è la formula generale, e vale sempre (anche se la forza è variabile). Se e solo se la forza F è costante si può, volendo, utilizzare subito la formula abbreviata: $w = F \cdot X$ NB: il lavoro è una <u>grandezza scalare</u> (è definito dal prodotto scalare!) NB: il lavoro è + se aiuta il moto, - se ostacola il moto (cioè come a) NB: lungo un asse (es.: asse X) $w_x = \int_{x_0}^{x_f} F_x \cdot dX$
(Lavori particolari calcolati dalla definizione precedente di w, sostituendo le F specifiche riportate nella parte (3))	w_P	$w_g = m \cdot g \cdot X $	J	Lavoro svolto dalla forza peso P (dovuta alla gravità) X =distanza (in linea orizzontale) del corpo dal suolo (anche vettore)
	w_m	$w_m = -1/2 \cdot k \cdot X ^2$	J	Lavoro svolto dalla forza della molla F_m NB: vedi F_m per il significato delle variabili presenti nella formula
	w_G	$w_G = G \cdot m_1 \cdot m_2 / d_{1,2}$	J	Lavoro svolto dalla forza di interazione gravitazionale NB: vedi $F_{1,2}$ per il significato delle variabili presenti nella formula
Energia Potenziale	u	$\Delta u = u_0 - u_f = -w$	J	Indica la quantità di lavoro che un corpo può compiere
Funzione Energia Potenziale	u(d)	$u(d) = - \int [F \cdot dX + u(d_0)]$	J	d =posizione generica, d_0 =posizione iniziale (costante) NB: punti di <u>minimo</u> del grafico di u(d) $\rightarrow$ equilibrio stabile (cioè se il corpo si muove da tale posizione, il sistema reagisce per riportarlo in questa posizione), punti di <u>massimo</u> del grafico u(d) $\rightarrow$ equilibrio instabile u(d) costante $\rightarrow$ equilibrio indifferente
Energia Cinetica	K	$K = 1/2 \cdot m \cdot V ^2$	J	Essendo V istantanea, anche K è un valore istantaneo. K è concettualmente un lavoro istantaneo NB: il simbolo è scritto grande ma <u>non</u> è un vettore (eccezione)
Teorema dell'energia cinetica	teorema	$w = \Delta K = K_f - K_0$		Vale solo per SdR inerziali. NB: quando la massa rimane costante (situazione tipica), allora K è influenzata solo da V, perciò $V_f \rightarrow K_f$ e $V_0 \rightarrow K_0$ Dimostrazione (modo 1): Si ipotizza a costante (e $X_0=0$) e si utilizzano le formule semplificate: (a) $V = V_0 + a \cdot t \rightarrow a = (V - V_0)/t$ (b) $X = X_0 + V_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 \rightarrow [X_0=0 \text{ e (a)}] \rightarrow X = V_0 \cdot t + 1/2 \cdot (V - V_0) \cdot t = V_0 \cdot t + (V \cdot t/2) - (V_0 \cdot t/2) = (V_0 \cdot t/2) + (V \cdot t/2) = (V + V_0) \cdot t/2$ (c) $w = F \cdot X = (m \cdot a) \cdot X \rightarrow [(a) \text{ e (b)}] \rightarrow w = m \cdot [(V - V_0)/t] \cdot [(V + V_0) \cdot t/2] = (m/2) \cdot (V - V_0) \cdot (V + V_0) = (m/2) \cdot (V^2 - V_0^2) \leftrightarrow$ formula data Dimostrazione (modo 2): (a) $a = dV/dt = (dV/dX) \cdot (dX/dt) = (dV/dX) \cdot V$ (b) $w = \int_0^f F \cdot dX = \int_0^f (m \cdot a) \cdot dX \rightarrow [(a)] \rightarrow w = \int_0^f [m \cdot (dV/dX) \cdot V] \cdot dX = m \cdot \int_0^f (1/V) \cdot dV = m \cdot [(V_f^2/2) - (V_0^2/2)] \leftrightarrow$ formula data
Potenza media	q_m	$q_m = \Delta w / \Delta t = (w_f - w_0) / (t_f - t_0)$	$W = N \cdot m/s$	Indica la rapidità con cui è compiuto il lavoro
Potenza istantanea	q	$q = dw/dt = F \cdot V$	W	E' sottointeso L(t), e poiché V è istantanea, q è istantanea
Energia meccanica	E_m	$E_m = u_{tot} + K_{tot}$	J	Anche se il simbolo è grande, è uno <u>scalare</u> (eccezione)
Principio di conservazione dell'energia universale (o principio di Lavoiser)	teorema	L'energia totale dell'universo non si può né creare né distruggere, quindi in ogni caso si conserva sempre. Cioè: E_{univ} =somma di tutte le forme di energia presenti nel'universo=costante		L'energia meccanica è solo una delle tante forme di energia esistenti (ci sono anche energia termica, energia elettrica,...). L'energia meccanica può anche non conservarsi (anzi quasi mai si conserva nei sistemi meccanici reali, poiché c'è sempre l'attrito che ne disperde una parte sotto forma di energia termica), ma il bilancio energetico totale "universale" (E_{univ}) rimane sempre e comunque costante
Principio di conservazione dell'energia totale di un sistema	teorema	L'energia interna a un sistema varia se e solo se sul sistema si compie un lavoro dall'esterno, e la variazione di energia corrisponde esattamente alla quantità di lavoro svolto. Cioè: $\Delta E = \Delta w$ ($\Delta w = 0 \leftrightarrow \Delta E = 0 \leftrightarrow E_{tot}$=costante)		Il lavoro viene "universalmente" compiuto sottraendo energia da un altro sistema, quindi il bilancio complessivo universale è sempre e comunque costante (cioè vale sempre il principio di Lavoiser, che è appunto il più generale). Nei problemi di fisica, però, risulta molto più utile questo principio rispetto al precedente poiché ha una applicazione più specifica e precisa, essendo relativo a un sistema chiuso. NB: in generale si noti che $E^{tot} = E_m^{tot} + \sum E$ ($\sum E$ =somma di tutte le altre forme di energie presenti oltre all'energia meccanica)
(5) IL CENTRO DI MASSA (CM)				
Calcolo delle coordinate del centro di massa per il caso discreto (cioè se il sistema è un insieme di particelle distinte)	x_{CM}, y_{CM}, z_{CM}	$x_{CM} = (\sum_i m_i \cdot x_i) / \sum_i m_i$ $y_{CM} = (\sum_i m_i \cdot y_i) / \sum_i m_i$ $z_{CM} = (\sum_i m_i \cdot z_i) / \sum_i m_i$ $r_{CM} = x_{CM} \cdot \hat{i} + y_{CM} \cdot \hat{j} + z_{CM} \cdot \hat{k}$	m	x_i, y_i, z_i sono le coordinate dei singoli punti materiali (di massa m_i) rispetto a un SdR fisso di riferimento (con gli assi cartesiani x, y, z). I risultati, dunque, rappresentano la distanza delle coordinate del CM rispetto al SdR fissato all'inizio (riassumibili anche in r_{CM} come scritto). $\sum_i m_i = m_{tot}$ =massa totale del sistema formato dai corpi
Calcolo delle coordinate del centro di massa per una	x_{CM}, y_{CM}, z_{CM}	$x_{CM} = (\int x \cdot dm) / m_{tot}$ $y_{CM} = (\int y \cdot dm) / m_{tot}$	m	m_{tot} =massa totale del sistema/corpo= $\int dm$ (stavolta infatti è impossibile da calcolare come $\sum_i m_i$). E' anche possibile operare la seguente

distribuzione continua di massa		$z_{CM} = (\int z \cdot dm) / m_{tot}$ $r_{CM} = x_{CM} \cdot \hat{i} + y_{CM} \cdot \hat{j} + z_{CM} \cdot \hat{h}$		sostituzione (formula che vale solo se ρ è costante): $dm = \rho \cdot dV$
Sistema di riferimento nel centro di massa		(3) $r_i = r'_i + r_{cm}$ (2) $V_i = V'_i + V_{cm}$ (3) $r'_{cm} = \sum_i m_i \cdot r_i / \sum_i m_i$ (4) $p_{tot} = m_{tot} \cdot V'_{cm} = \sum_i m_i \cdot V_i$ Poiché $r'_{cm} = 0$ e $V'_{cm} = 0$ si ha che: $\sum_i m_i \cdot r'_i = 0$ $\sum_i m_i \cdot V'_i = 0$		Consideriamo una singola massa puntiforme che chiamiamo A (una delle masse che formano il sistema e definiscono il centro di massa): $r'_i = \text{vettore}$ distanza della massa A dal centro di massa = distanza della massa A dal SdR centro di massa $V'_i = \text{velocità}$ della massa A rispetto al SdR centro di massa $r_i = \text{vettore}$ distanza della massa A dal SdR inerziale $V_i = \text{velocità}$ della massa A rispetto al SdR inerziale $r_{cm} = \text{vettore}$ distanza fra il SdR inerziale e il SdR centro di massa $V_{cm} = \text{velocità}$ del SdR centro di massa rispetto al SdR inerziale Per la scelta del SdR centro di massa si ha inoltre che: $r'_{cm} = \text{distanza}$ del SdR centro di massa dal centro di massa = 0 $V'_{cm} = \text{velocità}$ del SdR centro di massa rispetto al centro di massa = 0
(6) QUANTITA' DI MOTO/IMPULSO				
Quantità di moto	p	$p = m \cdot V = F \cdot t$	Kg •m/s	Poiché V è un vettore (e m ovviamente è uno scalare), anche p è un <u>vettore</u> (eccezione alla regola della lettera maiuscola)
Derivata di p/formulazione più generale della II legge Newton	teorema	$dp/dt = \sum F$		Vale se e solo se m è costante (poiché in questo modo m si può portare fuori dalla derivata di p) Dimostrazione: $dp/dt = d(m \cdot V)/dt = m \cdot (dV/dt) = m \cdot a \rightarrow$ formula data
Reinterpretazione della III legge di Newton tramite la quantità di moto: teorema della conservazione della quantità di moto totale	teorema	Se sul corpo agiscono solo coppie azione/reazione, cioè se $\sum F = 0$ (il sistema è detto in tal caso isolato), allora la quantità di moto totale si conserva in ogni istante		Dimostrazione: $F_{1,2} = -F_{2,1}$ (coppia azione/reaz.) $\leftrightarrow dp_1/dt = -dp_2/dt \leftrightarrow dp_1/dt + dp_2/dt = 0$ $\leftrightarrow d(p_1 + p_2)/dt = 0 \rightarrow p_1 + p_2 = \sum p = p_{tot} = \text{COSTANTE}$ NB: poiché per la dimostrazione si è utilizzato il risultato precedente, che vale solo se m è costante, allora si deduce che questo teorema vale solo nel contesto di sistemi in cui m rimane costante
Impulso	I_{mp}	$I_{mp} = \Delta p = p_f - p_0 = \int_{t_0}^{t_f} F \cdot dt$	Kg •m/s	Dimostrazione $dp = F \cdot dt \leftrightarrow \int dp = \int F \cdot dt \leftrightarrow \Delta p = \int F \cdot dt$
Forza media di un impulso	F_{media}	$I_{mp} = F_{media} \cdot \Delta t = F_{media} \cdot (t_f - t_0)$	N	La forza cercata viene fuori da questa relazione. La forza d'impulso è importante negli urti, in cui si manifesta con una intensità elevatissima e che rimane presente per un piccolissimo Δt
(7) I MOMENTI				
Momento <u>meccanico</u>	τ_A	$\tau_A = r_A \times F$	N•m	r è inteso in questo caso come <u>vettore</u> , e rappresenta il “braccio” di F. τ è ovviamente un <u>vettore</u> (in quanto definito con prodotto vettoriale). τ è riferito rispetto a un punto, detto “polo”, che si indica al pedice (in questo caso chiamato “A”). r_A è quindi la distanza retta fra il polo A e il punto di applicazione della forza. Il versore di τ_A è per definizione $\perp$ al piano individuato da r_A e F. NB: $\tau_A^{tot} = \sum_i (r_i^A \times F)$
Momento meccanico fra due diversi SdR	τ_{tot}	$\tau_{tot} = \tau_{int} + \tau_{est} - (V_A \times m \cdot V_{cm})$	N•m	τ_{int} = momento meccanico delle forze interne rispetto ad A (polo) τ_{est} = momento meccanico delle forze esterne rispetto ad A V_A = velocità di A nel SdR inerziale $m \cdot V_{cm}$ = quantità di moto del CM V_{cm} = velocità del CM nel SdR inerziale
Momento <u>angolare</u>	L_A	$L_A = r_A \times p$	Kg •m ² /s	Valgono (“cambiando” F con p) le stesse osservazioni fatte sopra per τ . NB: $L_A^{tot} = \sum_i (r_i^A \times p_i) = \sum_i [r_i^A \times (m_i \cdot V_i)]$
Relazioni fra momento angolare e meccanico		$\tau_A = dL_A/dt$	N•m	Vale solo (come si vede dai pedici, riportati uguali non a caso) se il polo di riferimento è uguale per entrambi i momenti . L_A e τ_A possono essere anche intesi come “totali”, cioè sommatorie ($\sum$) di momenti. In questo caso, però, tutti e due contemporaneamente devono essere totali perché la formula sia corretta Dimostrazione: $dL_A/dt = d(r_A \times p)/dt = r_A \times dp/dt \leftrightarrow [dp/dt = F] \leftrightarrow dL_A/dt = r_A \times F = \tau_A$
(10) TEOREMI DI KONING (relazione di momenti angolari e energia cinetica fra SdR inerziale e SdR centro di massa. Il sistema è considerato discreto)				
I teorema di Koning	teorema	$L = L' + L_{cm}$		L = momento angolare con polo nell'origine del SdR inerziale L' = momento angolare con polo nel centro di massa (centro di massa che è ovviamente l'origine del SdR centro di massa!) L_{cm} = momento angolare dovuto al moto del centro di massa Dimostrazione (per la nomenclatura il riferimento è la parte “sistema di riferimento nel centro di massa”): (1) $L = \sum_i r_i \times p_i = \sum_i r_i \times (m_i \cdot V_i)$ (2) $r_i = r'_i + r_{cm}$ e $V_i = V'_i + V_{cm}$ (3) sostituendo (2) in (1) si ottiene che: $L = \sum_i (r'_i + r_{cm}) \times m_i \cdot (V'_i + V_{cm})$ $= \sum_i [r'_i \times (m_i \cdot V'_i)] + [r'_i \times (m_i \cdot V_{cm})] + [r_{cm} \times (m_i \cdot V'_i)] + [r_{cm} \times (m_i \cdot V_{cm})] =$ $\sum_i [r'_i \times (m_i \cdot V'_i)] + \sum_i [r'_i \times (m_i \cdot V_{cm})] + \sum_i [r_{cm} \times (m_i \cdot V'_i)] + \sum_i [r_{cm} \times (m_i \cdot V_{cm})]$ Quindi, per arrivare alla formula espressa, si nota che: (a) $L' = \sum_i [r'_i \times (m_i \cdot V'_i)]$ (b) $\sum_i m_i \cdot r'_i = 0 \rightarrow \sum_i [r'_i \times (m_i \cdot V_{cm})] = \sum_i [(m_i \cdot r'_i) \times V_{cm}] = \sum_i (m_i \cdot r'_i) \times V_{cm} = 0$ (c) $\sum_i m_i \cdot V'_i = 0 \rightarrow \sum_i [r_{cm} \times (m_i \cdot V'_i)] = r_{cm} \times \sum_i (m_i \cdot V'_i) = 0$ (d) $L_{cm} = \sum_i [r_{cm} \times (m_i \cdot V_{cm})] = r_{cm} \times (\sum_i m_i \cdot V_{cm})$
II teorema di Koning	teorema	$K = K' + K_{cm} = K' + 1/2 \cdot m \cdot V_{cm}^2$		K = energia cinetica del SdR inerziale K' = energia cinetica del SdR centro di massa K_{cm} = energia cinetica dovuta al moto del centro di massa Dimostrazione NB: per la nomenclatura il riferimento è la parte “sistema di riferimento nel centro di massa” (1) $K = \sum_i m_i \cdot V_i^2 / 2$ (2) $V_i = V'_i + V_{cm}$ (3) sostituendo (2) in (1) si ottiene che: $K = \sum_i m_i \cdot (V'_i + V_{cm})^2 / 2 = \sum_i m_i \cdot (V_i'^2 + V_{cm}^2 + 2 \cdot V'_i \cdot V_{cm}) / 2 =$ $= \sum_i (m_i \cdot V_i'^2 / 2) + \sum_i (m_i \cdot V_{cm}^2 / 2) + \sum_i (m_i \cdot V'_i \cdot V_{cm})$ Quindi, per arrivare alla formula espressa, si nota che: (a) $\sum_i (m_i \cdot V_i'^2 / 2) = K'$ (b) $\sum_i (m_i \cdot V_{cm}^2 / 2) = m_{tot} \cdot V_{cm}^2 / 2 = K_{cm}$

				(c) $\sum_i m_i \cdot \mathbf{V}_i^2 = 0 \rightarrow \sum_i (m_i \cdot \mathbf{V}_i^2 \cdot \mathbf{V}_{cm}) = 0$
Energia cinetica del moto roto-traslatorio	K_{rot-tr}	$K_{rot-tr} = K_{trasl}^{cm} + K_{tot}^{cm}$		E' la semplice applicazione del II teorema di koning. $K_{trasl}^{cm} = 1/2 \cdot m \cdot \mathbf{V}_{cm}^2$ $K_{tot}^{cm} = 1/2 \cdot I_{cm} \cdot \omega^2$
(9) CINEMATICA DEL MOTO ROTATORIO				
Momento d'inerzia (calcolato nel caso discreto, cioè per un sistema di particelle ben distinte)	I_A	$I_A = \sum_i m_i \cdot r_i ^2$	$Kg \cdot m^2$	r_i è la distanza (intendibile anche come vettore) della particella di massa m_i dall'asse di rotazione considerato (chiamato qui A). Quindi I è funzione dell'asse di rotazione e della distribuzione di massa del corpo rigido rispetto a tale asse NB: I è uno <u>scalare</u> (eccezione alla regola della lettera maiuscola)
Momento d'inerzia per una distribuzione continua di massa (cioè se ρ del corpo è costante)	I_A	$dI = dm \cdot r^2 \rightarrow I_A = \int r^2 \cdot dm = \int r^2 \cdot \rho \cdot dv$	$Kg \cdot m^2$	$\rho = m/v$ (definizione di ρ) $\rightarrow [p \text{ costante}] \rightarrow \rho = dm/dv$ Il passaggio (che dà la formula di ρ utilizzata per la formula data) è possibile, come evidenziato, se e solo se ρ è <u>costante</u> (cioè se la densità è uguale in ogni punto del corpo rigido)
(Formule particolari ricavate dalla formula $I = \int r^2 \cdot \rho \cdot dv$ per entità aventi distribuzione simmetrica della massa rispetto all'asse di rotazione, in particolare l'asse di simmetria passa per il centro di massa)		$I_{cm} = m \cdot r ^2$	$Kg \cdot m^2$	Per <u>anello/guscio cilindrico</u> (spessore trascurabile) asse di rotazione centrale longitudinale r =raggio "esterno" del cilindro (cioè il raggio della linea infinitesima di spessore) Dimostrazione (anello) (1) si fissa il SdR x-y nel centro della superficie circolare (dove passa l'asse di rotazione, che però sta su z) (2) dm =elemento di massa individuato da un angolo $d\theta$ (variabile) e di larghezza $L=r \cdot d\theta$ (3) anello unif. $\rightarrow dm/dL = m/(2 \cdot \pi \cdot r) \rightarrow dm = m \cdot dL / (2 \cdot \pi \cdot r) = m \cdot r \cdot d\theta / (2 \cdot \pi \cdot r)$ (4) $I = \int_0^{2\pi} r^2 \cdot m \cdot r \cdot d\theta / (2 \cdot \pi \cdot r) = [r^3 \cdot m / (2 \cdot \pi \cdot r)] \cdot \int_0^{2\pi} d\theta = [r^3 \cdot m / (2 \cdot \pi \cdot r)] \cdot (2 \cdot \pi) =$ formula data
		$I_{cm} = 1/2 \cdot m \cdot r_1^2 + r_2^2 $	$Kg \cdot m^2$	Per <u>cilindro/disco cavo</u> (spessore non trascurabile) asse di rotazione centrale longitudinale . r_1 =raggio del foro interno, r_2 =raggio esterno del cilindro
		$I_{cm} = 1/2 \cdot m \cdot r ^2$	$Kg \cdot m^2$	Per <u>cilindro/disco pieno</u> con asse di rotazione centrale longitudinale . r =raggio esterno del cilindro Dimostrazione (1) h =altezza del cilindro (2) $2 \cdot r_1 \cdot \pi \cdot h$ =area di un foglio arrotolato a cilindro (raggio r_1 variabile) di spessore dr (4) $dv = 2 \cdot r_1 \cdot \pi \cdot h \cdot dr \rightarrow I = \int_0^r r_1^2 \cdot \rho \cdot (2 \cdot r_1 \cdot \pi \cdot h \cdot dr) = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot h \cdot \int_0^r r_1^3 \cdot dr = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot h \cdot [r_1^4 / 4]_0^r = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot h \cdot r^4 / 4 = (\rho \cdot \pi \cdot h \cdot r^2) \cdot r^2 / 2$ (5) La formula data si ottiene sostituendo $m = \rho \cdot \pi \cdot h \cdot r^2$
		$I_{cm} = 1/12 \cdot m \cdot L^2$	$Kg \cdot m^2$	Per <u>sbarretta sottile</u> con asse di rotazione centrale trasversale (cioè situato a $L/2$ dai bordi). L =lunghezza sbarretta Dimostrazione (1) dm =elemento di massa di lunghezza dr situato a una distanza r_1 (variabile) dal centro della sbarretta (=distanza dall'asse di rotaz.) (2) sbarra uniforme $\rightarrow dm/dr = m/L \leftrightarrow dm = m \cdot dr / L$ (3) $I = \int_{-L/2}^{L/2} r_1^2 \cdot (m \cdot dr / L) = (m/L) \cdot \int_{-L/2}^{L/2} r_1^2 \cdot dr = (m/L) \cdot [r_1^3 / 3]_{-L/2}^{L/2} = (m/L) \cdot [(L^3 / 24) - (-L^3 / 24)] =$ formula data
		$I_{cm} = 1/12 \cdot m \cdot (a^2 + b^2)$	$Kg \cdot m^2$	Per <u>piastra rettangolare</u> con asse di rotazione centrale trasversale . A e b sono le dimensioni della faccia $\perp$ all'asse di rotazione
		$I_{cm} = 2/5 \cdot m \cdot r ^2$	$Kg \cdot m^2$	Per <u>sfera piena</u> con asse di rotazione qualsiasi passante per il centro della sfera . r =raggio della sfera
		$I_{cm} = 2/3 \cdot m \cdot r ^2$	$Kg \cdot m^2$	Per <u>guscio sferico sottile</u> (spessore trascurabile) asse di rotazione qualsiasi passante per il centro della sfera . r =raggio "esterno" sfera
Teorema degli assi paralleli	<i>teorema</i>	$I_P = I_{cm} + (m \cdot d^2)$		Permette di calcolare il momento d'inerzia rispetto ad una asse (passante per un punto P) <u>parallelo</u> e distante una certa quota d rispetto all'asse dal quale si è calcolato I_{cm} (noto dalle formule precedenti) Dimostrazione: consideriamo un corpo rigido avente massa $m_{tot} = \sum_i \Delta m_i$. Fissiamo il sistema di riferimento nel centro di massa, e consideriamo: - un singolo elemento Δm (puntiforme) che ha coordinate x_{cm} e y_{cm} - un punto P che ha coordinate x_p e y_p . Quindi: - d_{cm} =distanza retta di Δm dal centro di massa $= (x_{cm}^2 + y_{cm}^2)^{1/2}$ - d_p =distanza retta di Δm dal punto P $= [(x_{cm} - x_p)^2 + (y_{cm} - y_p)^2]^{1/2}$ - d =distanza fra lo zero del SdR e il punto P $= (x_p^2 + y_p^2)^{1/2}$ - $I_p^{\Delta m} = \Delta m \cdot d_p^2 = \Delta m \cdot [(x_{cm} - x_p)^2 + (y_{cm} - y_p)^2]$ - $I_{cm}^{\Delta m} = \Delta m \cdot d_{cm}^2 = \Delta m \cdot (x_{cm}^2 + y_{cm}^2)$ Vediamo ora se ritroviamo la formula data risolvendo $I_p^{\Delta m}$ come sommatoria di Δm (cioè complessivo di tutti i Δm): $I_p = \sum_i \Delta m_i \cdot d_p^2 = \sum_i \Delta m_i \cdot [(x_{i\ cm} - x_p)^2 + (y_{i\ cm} - y_p)^2] =$ $= \sum_i \Delta m_i \cdot (x_{i\ cm}^2 + x_p^2 - 2 \cdot x_{i\ cm} \cdot x_p + y_{i\ cm}^2 + y_p^2 - 2 \cdot y_{i\ cm} \cdot y_p) =$ $= \sum_i \Delta m_i \cdot (x_{i\ cm}^2 + y_{i\ cm}^2) + \sum_i \Delta m_i \cdot (x_p^2 + y_p^2) + \sum_i \Delta m_i \cdot (-2 \cdot x_{i\ cm} \cdot x_p)$ $+ \sum_i \Delta m_i \cdot (-2 \cdot y_{i\ cm} \cdot y_p)$ E si nota, per riottenere la formula data, che: (1) $\sum_i \Delta m_i \cdot (x_{i\ cm}^2 + y_{i\ cm}^2) = m_{tot} \cdot d_{cm}^2 = I_{cm}$ (2) $\sum_i \Delta m_i \cdot (x_p^2 + y_p^2) = m_{tot} \cdot d^2$ (3) $\sum_i \Delta m_i \cdot (-2 \cdot x_{i\ cm} \cdot x_p) = -2 \cdot x_p \cdot \sum_i (\Delta m_i \cdot x_{i\ cm}) = -2 \cdot x_p \cdot x_{cm}^{cm} = 0$ (4) $\sum_i \Delta m_i \cdot (-2 \cdot y_{i\ cm} \cdot y_p) = -2 \cdot y_p \cdot \sum_i (\Delta m_i \cdot y_{i\ cm}) = -2 \cdot y_p \cdot y_{cm}^{cm} = 0$
Energia cinetica rotazionale (caso particolare di energia cinetica)	K_{rot}	$K_{rot} = 1/2 \cdot I_A \cdot \omega ^2$	J	E' un caso di energia cinetica <u>particolare</u> (e vale solo per la rotazione <u>pura</u>) Dimostrazione $K = 1/2 \cdot m \cdot \mathbf{V} ^2 \rightarrow [\mathbf{V} = \omega \cdot \mathbf{r}] \rightarrow K = 1/2 \cdot m \cdot \omega ^2 \cdot \mathbf{r} ^2 \rightarrow [I = m \cdot \mathbf{r} ^2] \rightarrow f. \text{ data}$
(10) DINAMICA DEL MOTO ROTATORIO (PURO)				
Riformulazione del momento angolare nel caso rotazionale (qui è trattato il caso generale: il polo sta sull'asse di rotazione)	L_A	$L_A = m \cdot \omega \cdot \mathbf{r}_C \cdot \mathbf{r}_A \cdot \hat{u} = (m \cdot \omega \cdot \mathbf{r}_C ^2 / \sin \beta) \cdot \hat{u}$	$Kg \cdot m^2/s$	Questa formula vale <u>solo</u> nel caso in cui il polo di L_A (indicato qui come il punto A) sta sull'asse di rotazione (che ha versore $\hat{h}$, cioè consideriamo l'asse z come asse di rotazione per la trattazione). Il versore di L_A in questo caso generale giace nel piano y-z, $\hat{u} \perp \mathbf{r}_A$ ed è

ma <u>non</u> sta, visto in 3 dimensioni, sul piano di rotazione)				quindi inclinato rispetto all'asse di rotazione per la definizione geometrica seguente di r_A. Ovviamente anche I deve essere calcolato rispetto all'asse di rotazione (I_A al pedice di I indica ciò). r_A=distanza diretta (cioè in linea retta e inclinata) di un punto a caso della circonferenza di rotazione dal polo A (visibile da piano y-z). In questo caso generale r_A non è $\perp$ all'asse di rotazione r_C=raggio della circonferenza di rotazione (visibile da piano x-y) $=r_A \cdot \sin \beta$ β=angolo fra l'asse di rotazione e r_A Dimostrazione $L_A = r_A \times p = r_A \cdot m \cdot V_{tang} \cdot \sin \theta \cdot \hat{a} = r_A \cdot m \cdot V_{tang} \cdot \sin \theta \cdot \hat{a} \rightarrow [r_A \perp p \leftrightarrow \theta = 90^\circ \text{ e } V_{tang} = \omega \cdot r_C] \rightarrow \text{formula data}$
Scomposizione del vettore momento angolare nel caso rotazionale	L_A	$L_A = L_A^z + L_A^y = (I_C \cdot \omega \cdot \hat{h}) + (m \cdot \omega \cdot r_C ^2 \cdot \cot \beta) \cdot \hat{j}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	Il significato delle simbologie è identico in ogni dettaglio al punto precedente (I_C=mom. d'inerzia rispetto alla circonferenza di rotazione) Dimostrazione si fa semplicemente con alcune considerazioni geometriche: $L_A^z = L_A \cdot \sin \beta = m \cdot \omega \cdot r_C \cdot r_A \cdot \sin \beta \cdot \hat{h} \rightarrow [r_A \cdot \sin \beta = r_C]$ $\rightarrow L_A^z = L_A = m \cdot \omega \cdot r_C ^2 \cdot \hat{h} \rightarrow [\text{definizione discreta di } I] \rightarrow \text{formula data}$ $L_A^y = L_A \cdot \cos \beta = m \cdot \omega \cdot r_C \cdot r_A \cdot \cos \beta \cdot \hat{j} = (m \cdot \omega \cdot r_C ^2 \cdot \cos \beta / \sin \beta) \cdot \hat{j} \rightarrow f. \text{ data}$ NB: L_A^z è in generale la componente assiale di L_A, ed è il risultato solitamente più interessante da calcolare. Solo in casi particolari L_A^z equivale a L_A (es.: particolari casi di simmetria oppure il polo è preso oltre che sull'asse di rotazione <u>anche</u> sul piano di rotazione)
Riformulazione di momento meccanico in funzione di I	τ_A	$\tau_A = I_A \cdot \alpha$	$\text{N} \cdot \text{m}$	Valgono le stesse osservazioni fatte per la riformulazione di L. Dimostrazione $\tau_A = r_A \times F = F \cdot r_A \cdot \sin \theta \cdot \hat{a} \rightarrow [F \cdot \sin \theta = F_{tang} \text{ e } F_{tang} = m \cdot a_{tang} \text{ e } a_{tang} = r_A \cdot \alpha] \rightarrow \tau_A = m \cdot r_A \cdot \alpha \cdot r_A \cdot \hat{a} = m \cdot r_A ^2 \cdot \alpha \cdot \hat{a} \rightarrow [\text{definizione discreta di } I] \rightarrow \tau_A = I_A \cdot \alpha \cdot \hat{a} \leftrightarrow \text{formula data}$
Riformulazione del lavoro per il moto rotatorio	w_{circ}	$w_{circ} = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \tau \cdot d\theta$	J	In questo caso particolare di lavoro, lo spostamento è un tratto di circonferenza (ed è questo il concetto della dimostrazione). Dimostrazione: $dw = F \cdot dX \rightarrow [X = \theta \cdot r \leftrightarrow dX = d\theta \cdot r] \rightarrow dw = F \cdot (d\theta \cdot r) = F \cdot d\theta \cdot r \cdot \cos \alpha \rightarrow [\alpha = \text{angolo fra } F \text{ e } d\theta = 0^\circ \text{ e } \gamma = \text{angolo fra } F \text{ e } r = 90^\circ \text{ e } \tau = F \cdot r \cdot \sin \gamma] \rightarrow dw = \tau \cdot d\theta \rightarrow \int dx. \text{ e a } s_x. \text{ si ottiene la formula data}$
Teorema del lavoro-energia	<i>teorema</i>	$w_{circ \text{ tot}} = (1/2 \cdot I \cdot \omega_f^2) - (1/2 \cdot I \cdot \omega_0^2)$		E' il teorema dell'energia cinetica ri-espresso con i dati del moto circolare. Dimostrazione: basta prendere la formula del teorema dell'energia cinetica ($w_{tot} = \Delta K = K_f - K_0$) e sostituire ai K la definizione di K_{tot}
Riformulazione della potenza per il moto rotatorio	q_{circ}	$q_{circ} = dw_{circ}/dt = \tau_A \cdot \omega$	W	Dimostrazione: $q = dw_{circ}/dt \rightarrow [\text{definizione di } w_{circ}] \rightarrow q = \tau \cdot (d\theta/dt) \rightarrow [\omega = d\theta/dt] \rightarrow f. \text{ data}$
<u>Teorema di conservazione del momento angolare totale</u>	<i>teorema</i>	$\sum L_A = L_A^{tot} \text{ è costante se e solo se } \sum \tau_A = 0$		Dimostrazione: deriva dal rapporto fra τ_A e L_A, ed è banale e puramente analitica: $\sum \tau_A = \sum (dL_A/dt) = 0 \rightarrow \sum L_A = \text{costante}!!$ NB: come si vede anche dai pedici inseriti in formula, per essere confrontabili L e τ devono essere riferiti allo <u>stesso polo</u>
(11) STATICA DEL CORPO RIGIDO				
Condizioni di equilibrio per un corpo rigido	<i>teorema</i>	Un corpo rigido è in equilibrio se e solo se valgono contemporaneamente questi due punti: (1) $\sum F = 0$ (equilibrio traslaz.) Ovvero: $\sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$ (2) $\sum \tau = 0$ (rispetto a qualsiasi polo)		Un corpo può avere <u>due tipi di equilibrio</u> (discorso uguale a quello per i punti materiali già affrontato): - equilibrio statico: il corpo è in equilibrio e in più $V_{cm} = 0$ - equilibrio dinamico: il corpo è in equilibrio e $V_{cm} = \text{costante} \neq 0$ Se il corpo non è in equilibrio vuol dire per forza che è presente un'accelerazione (I legge di Newton), quindi V_{cm} non è costante. NB: il punto (1) (già enunciato) è l'unica condizione necessaria per l'equilibrio dei punti materiali. La differenza è dunque il (2)
Teorema della indifferenza di scelta del polo per il calcolo del momento meccanico	<i>teorema</i>	Se per un corpo vale $\sum F = 0$ e $\tau_A = 0$, allora $\tau = 0$ per ogni polo possibile (cioè in ogni punto)		Dimostrazione. Consideriamo due poli diversi A e B e una stessa forza $F_{tot} = \sum F$: $\tau_A = r_A \times F_{tot}$, $\tau_B = r_B \times F_{tot}$, vettore distanza fra A e B = $r_{AB} = r_B - r_A$. $\rightarrow \tau_A = (r_B - r_{AB}) \times F_{tot} = (r_B \times F_{tot}) - (r_{AB} \times F_{tot}) = \tau_B - (r_{AB} \times F_{tot})$ Perciò se $F_{tot} = \sum F = 0$ (da ipotesi) risulta che $\tau_A = \tau_B$. NB: in generale (cioè anche se $\sum F \neq 0$), quindi, vale che $\tau_A = \tau_B - (r_{AB} \times \sum F)$
(12) OSCILLAZIONI (MOTO ARMONICO SEMPLICE)				
Frequenza	ν	$\nu = 1/T$	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$	$T = \text{periodo} = \text{tempo impiegato per compiere 1 oscillazione (completa)}$
Posizione di una particella con moto cosinusoidale al tempo t (moto in funzione del tempo)	$X(t)$	$X(t) = X_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$	m	Il grafico di visualizzazione è siffatto: asse $x \rightarrow X$, asse $y \rightarrow (t)$ $X_m = \text{ampiezza d'onda} = \text{distanza dall'asse } x \text{ al punto più alto dell'onda}$ $= \text{distanza dall'asse } x \text{ al punto più basso dell'onda} = \text{costante} > 0$ $(\omega \cdot t + \varphi) = \text{fase}$ $\varphi = \text{costante di fase} = \text{costante che esprime la velocità e la posizione della particella all'istante } t=0$ $\omega = \text{pulsazione} = \text{costante (vedi sotto come si calcola)}$
Calcolo della pulsazione	ω	$\omega = 2 \cdot \pi / T$	1/s	Dimostrazione Per definizione di T si deve avere che: $X(t) = X(t+T) \rightarrow [\text{utilizzando la formula } X(t), \text{ e ponendo } \varphi=0] \rightarrow X_m \cdot \cos(\omega \cdot t) = X_m \cdot \cos[\omega \cdot (t+T)] \leftrightarrow \cos(\omega \cdot t) = \cos[\omega \cdot (t+T)] \rightarrow \text{ciò accade quando: } \omega \cdot (t+T) = (\omega \cdot t) + (2 \cdot \pi) \leftrightarrow (\omega \cdot t) + (\omega \cdot T) = (\omega \cdot t) + (2 \cdot \pi) \leftrightarrow \omega \cdot T = 2 \cdot \pi \leftrightarrow \text{formula data}$
Velocità di una particella con moto cosenusiodale al tempo t	$v(t)$	$v(t) = (-\omega) \cdot X_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$	m/s	Dimostrazione $v(t) = dX/dt = d[X_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)]/dt = \text{formula data}$
Accelerazione di una particella con moto cosenusoidale al tempo t	$a(t)$	$a(t) = (-\omega^2) \cdot [X_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)] = (-\omega^2) \cdot X(t)$	m/s^2	Dimostrazione $a(t) = dv/dt = d[(-\omega) \cdot X_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)]/dt = \text{formula data}$
Forza nel moto armonico	F	$F = m \cdot (-\omega^2) \cdot X(t)$	N	Dimostrazione $F = m \cdot a \leftrightarrow [\text{sostituendo } a = a(t) = (-\omega^2) \cdot X(t)] \leftrightarrow \text{formula data}$
Altra equazione di ω (oscillatore a molla lineare)	ω	$\omega = (k/m)^{1/2}$	1/s	$k = \text{costante di una molla che genera un moto armonico con } \omega$ Dimostrazione Si nota un'analogia fra forza della molla e la forza (appena calcolata)

				nel moto armonico: $F=m\cdot(-\omega^2)\cdot X(t)=-k\cdot X(t)\rightarrow k=m\cdot\omega^2\rightarrow$ formula data
Energia potenziale di un oscillatore a molla lineare	$u(t)$	$u(t)=(1/2)\cdot k\cdot X_m^2\cdot \cos^2(\omega\cdot t+\phi)$	J	Dimostrazione L'energia potenziale della molla è: $u=(1/2)\cdot k\cdot X^2$. Sostituendo $X=X(t)=X_m\cdot \cos(\omega\cdot t+\phi)$ si ottiene la formula data
Energia cinetica di un oscillatore a molla lineare	$K(t)$	$K(t)=(1/2)\cdot k\cdot X_m^2\cdot \sin^2(\omega\cdot t+\phi)$	J	Dimostrazione L'energia cinetica è: $(1/2)\cdot m\cdot v^2$. Sostituendo $v=v(t)=(-\omega)\cdot X_m\cdot \sin(\omega\cdot t+\phi)$ con $\omega^2=k/m$ si ottiene la formula data
Energia meccanica totale di un oscillatore a molla lineare	E_m^{tot}	$\forall t, E_m^{tot}=(1/2)\cdot k\cdot X_m^2$	J	Come si nota dalla mancanza a fianco di E_m^{tot} di (t), l' energia meccanica totale è costante istante per istante (cioè non dipende da t) Dimostrazione $E_m^{tot}=u(t)+k(t)\leftrightarrow$ [equazioni per u(t) e K(t) trovate prima] $\leftrightarrow E_m^{tot}=(1/2)\cdot k\cdot X_m^2\cdot [\cos^2(\omega\cdot t+\phi)+\sin^2(\omega\cdot t+\phi)]\rightarrow$ $[\cos^2(\omega\cdot t+\phi)+\sin^2(\omega\cdot t+\phi)=1]\rightarrow$ formula data

ELEMENTI TEORICI														
SISTEMI DI RIFERIMENTO		(a) MKS: le unità di misure prese sono Metro, chilogrammo (K) e Secondo (b) cgs: le unità di misura prese sono centimetro, grammo e secondo (sottomultipli di MKS)												
TIPI DI GRANDEZZE	<i>Nome</i>	<i>Fattori che la definiscono</i>		<i>Precisazioni</i>										
	<u>grandezza vettoriale</u>	<u>modulo</u>	Posto A=ettore, il suo modulo è A	il modulo è sempre definibile, mentre per definire direzione e verso serve prima stabilire un certo Sistema di Riferimento ("SdR"), poiché direzione e verso si esprimono in funzione di esso										
		<u>direzione</u>	segno +o -											
		<u>verso</u>	Si indica come versore, esempio $\hat{i}$	Si assume questa convenzione per il nome dei versori: <table><tr><td colspan="3"><i>Assi standard</i></td></tr><tr><td>x</td><td>y</td><td>z</td></tr><tr><td colspan="3"><i>Versori corrispondenti</i></td></tr><tr><td>$\hat{i}$</td><td>$\hat{j}$</td><td>$\hat{h}$</td></tr></table> Se un versore non coincide con nessuno dei tre assi, si indica con un'altra lettera a piacimento, l'importante è che sia scritta, per evitare confusione, col "cappello"	<i>Assi standard</i>			x	y	z	<i>Versori corrispondenti</i>			$\hat{i}$
<i>Assi standard</i>														
x	y	z												
<i>Versori corrispondenti</i>														
$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{h}$												
<u>grandezza scalare</u>	solo modulo (con eventuale segno)		Poiché è una grandezza solo a modulo, si può identificare sempre anche senza scegliere un SdR											
SCOMPOSIZIONE VETTRIALE	A patto che si è fissato prima un SdR e che sono noti gli angoli compresi fra il vettore e gli assi, un vettore (es.: R) può essere sempre scomposto nelle direzioni x, y e z (§ versore generico di una retta nello spazio su cui giace R): - $R_x = R_x \cdot \pm \hat{i}$ - $R_y = R_y \cdot \pm \hat{j}$ - $R_z = R_z \cdot \pm \hat{h}$ $R = (R_x^2 + R_y^2 + R_z^2)^{1/2} \cdot \S$													
CINEMATICA DEL MOTO UNIDIMENSIONALE	Un movimento unidimensionale (cioè solo lungo un solo asse di moto) di un punto materiale nel tempo si può graficare così: asse x→tempo (t), asse y→spostamento lungo l'asse di moto (X)													
MOTO DEL PROIETTILE	Il lancio del proiettile (moto bidimensionale) si può graficare così: asse x→spostamento verticale (Y), asse y→spostamento orizzontale (X). Per lo studio del movimento e delle velocità il metodo è quello di scomporre la velocità nelle due diverse direzioni: V_y è uniformemente decelerata da g, V_x è uniforme (senza accelerazione). La "gittata" è definita come la distanza su x che il corpo percorre dal punto di partenza al punto in cui la coordinata y è uguale a quella del punto di partenza													
TIPOLOGIE DI FORZE		2 <i>Tipologie di forze</i>												
		<u>Forze di contatto</u>	<u>Forze a distanza</u> (forze di attrazione)											
	<i>Come si sviluppano?</i>	Si sviluppano tramite il contatto fra due corpi	si sviluppano senza alcun contatto (cioè per attrazione a distanza)											
	<i>Quali sono?</i>	Tensione in una corda, forza normale , forza d' attrito , forza della molla	forza d'interazione gravitazionale (che genera la forza peso), forza di attrazione elettromagnetica (o "Coulombiana"), interazioni nucleari .											
SISTEMI DI RIFERIMENTO	(a) <u>Inerziali</u> : valgono tutte le leggi di Newton (se un corpo è accelerato è perché c'è un forza agente). Esempi: SdR Terra (trascurando il moto di rotazione) (b) <u>Non Inerziali</u> : non valgono le leggi di Newton (un corpo è accelerato anche se non c'è nessuna forza esplicita agente sul corpo. Per giustificare l'accelerazione si inserisce idealmente una forza, che viene detta appunto " forza apparente ", forza che, contro la terza legge, <u>non ha reazione</u>) Esempi: SdR solidale con un ascensore in caduta (c'è il peso apparente), SdR solidale con un corpo in moto circolare (c'è una forza apparente=-forza centripeta=-m•a _{rad} , forza apparente che per come è definita è una forza centrifuga) NB: la forza, la massa, l'accelerazione e il tempo sono grandezze che <u>rimangono invariate</u> passando da un SdR inerziale a un altro SdR sempre inerziale. La velocità e l'energia, invece, <u>variano</u> passando da due SdR diversi entrambi inerziali													
SdR TERRESTRE		<i>Forze agenti</i>												
		<u>Forza centrifuga</u>	<u>Forza di Coriolis</u>											
	<i>A cosa sono dovute?</i>	Dovuta alla rotazione della Terra intorno al suo asse centrale (è una forza reale)												
	<i>Presente quando?</i>	Presente sempre , sia quando il corpo è fermo, sia quando si muove												
	<i>Effetti</i>	a	sposta la verticale del filo di piombo verso sud nell'emisfero boreale, verso nord nell'emisfero australe	c Per un corpo che cade è diretta verso est. Per un corpo che si muove orizzontalmente devia il corpo verso dx. nell'emisfero nord, verso sx. nell'emisfero sud (rispetto a V)										
	b	Riduce g												
FORZE CONSERVATIVE E NON CONSERVATIVE		<i>Forze</i>												
		<u>Forze conservative</u>	<u>Forze non conservative</u>											
	<i>Cosa sono?</i>	Il lavoro compiuto da esse nello spostamento di un corpo fra due punti (iniziale e finale) è indipendente dalla traiettoria di spostamento seguita fra il punto iniziale e finale.												
	<i>Osservazione</i>	Il lavoro totale è nullo su un percorso chiuso. Se sul sistema agiscono solo queste forze, quindi, $\Delta E_m=0$												
	<i>Esempi</i>	Forza della molla (senza peso molla e trascurando l'attrito), forza di gravità												
NOTA SUL CENTRO DI MASSA	Il CM di un sistema si muove come se tutta la massa del sistema fosse concentrata nel CM e se tutte le forze esterne agissero anch'esse nel CM (cioè il loro punto di applicazione è nel CM).													
	Il CM di un corpo omogeneo e simmetrico (rispetto ad un asse) si trova per forza sull'asse di simmetria.													

	Dalla II legge di Newton vale questa accelerazione: $\sum F = m_{\text{tot}} \cdot a_{\text{cm}}$ m_{tot} =massa <u>totale</u> del sistema=sommatoria delle masse delle singole particelle costituenti il sistema a_{cm} =accelerazione <u>del centro di massa</u> del sistema																																		
SdR CM	L'origine di questo particolare SdR è posta appunto nel centro di massa del corpo. Questo SdR è in generale <u>non inerziale</u> e va esaminato nel confronto di un SdR esterno e inerziale. Questi due SdR possono anche essere presi con i 3 assi aventi la stessa direzione (in particolare anche //)																																		
DEFINIZIONE DI CORPO RIGIDO	E' un insieme di particelle (cioè punti materiali) le cui distanze reciproche di una rispetto a tutte le altre sono fisse (cioè non variano mai a prescindere dalle forze e dai moti agenti). Il tipo di moto generale per un corpo rigido è un moto roto-traslatorio (cioè moto di rotazione + moto di traslazione con traiettoria anche non lineare, cioè 6 gradi di libertà). I gradi di libertà si calcolano così: N° gradi di libertà totali= $n - G_1$ n =numero di particelle da "vincolare" (cioè da rendere fisse le distanze reciproche) G_1 =gradi di libertà da inserire per rendere "vincolate" le particelle=numero di "distanze" da fissare																																		
IL ROTOLAMENTO PERFETTO	Può essere vista in due modi differenti: (A) caso "reale": moto roto-traslatorio della ruota (moto traslatorio rettilineo puro del CM a una certa velocità rettilinea V_{cm} + rotazione della ruota intorno al CM a una certa velocità angolare ω): [Il teorema di koning] $\rightarrow K_A = (1/2 \cdot I_{\text{cm}} \cdot \omega^2) + (1/2 \cdot m \cdot V_{\text{cm}}^2)$ (B) caso "astratto": moto del CM puramente rotatorio intorno al punto di contatto ruota-suolo $K_B = 1/2 \cdot I_{\text{tot}} \cdot \omega^2 \rightarrow$ [teorema assi //] $\rightarrow K = 1/2 \cdot (I_{\text{cm}} + m \cdot r^2) \cdot \omega^2 = (1/2 \cdot I_{\text{cm}} \cdot \omega^2) + (1/2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2)$ (r =raggio ruota, m =massa ruota) Poiché dal punto di vista energetico i casi coincidono, si può procedere così per arrivare alla <u>relazione che caratterizza il moto rotatorio puro</u> : $K_A = K_B \rightarrow r \cdot \omega = V_{\text{cm}} \rightarrow$ vale anche quindi $r \cdot \alpha = a_{\text{cm}} $ NB: durante il rotolamento perfetto lungo il perimetro della ruota la velocità tangenziale V_{tang} non è costante. Infatti $V_{\text{tang}} = 0$ nel punto di contatto ruota-suolo, invece $V_{\text{tang}} = \max$ nel punto più alto della ruota. NB: una volta che la ruota avvia il moto rotatorio puro, per innescare anche la traslazione <u>serve una forza minima d'attrito (che è statico poiché nel punto di contatto, come già detto, $V_{\text{tang}} = 0$)</u> $F_s^{\min} = m \cdot a_{\text{cm}} = m \cdot r \cdot \alpha $																																		
LE LEGGI DI CONSERVAZIONE	Sono 3 (enunciate nel formulario): (1) <u>Principio di conservazione dell'energia totale di un sistema (NB: in generale $E_{\text{tot}} \neq K_{\text{tot}}$)</u> (2) <u>Teorema della conservazione del momento angolare totale</u> (3) <u>Teorema di conservazione della quantità di moto totale</u>																																		
TIPI DI SISTEMI FRA DUE CORPI	Sono 2 (trattati nel formulario): (a) Sistema isolato : valgono tutte le leggi di conservazione (b) Sistema non isolato : valgono solo le leggi di conservazione (1) e (2) (la (3) no perché cadono le ipotesi)																																		
L'URTO	E' quando due o più corpi si scontrano, modificando le reciproche caratteristiche energetiche e dinamiche. La forza che si sviluppa durante l'urto (forza che agisce contemporaneamente sugli altri corpi) è molto intensa e dura pochissimo tempo. Per questo ultimo motivo si possono trascurare i moti dei corpi durante l'intervallo di tempo dell'urto																																		
CASI POSSIBILI DI URTI A 2 CORPI	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th colspan="3"><i>Tipi di urti a 2 corpi</i></th></tr> <tr> <th></th><th>Urti (perfettamente) elastici</th><th>Urti parzialmente anelastici</th><th>Urti totalmente (o perfettamente) anelatici</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td><i>Grandezze che si conservano</i></td><td>p_{tot} L_{tot} E_m^{tot}</td><td>p_{tot} L_{tot}</td><td>p_{tot} L_{tot}</td></tr> <tr> <td><i>Sono presenti deformazioni?</i></td><td>No (per definizione di "elasticità")</td><td>Sì</td><td>Sì</td></tr> <tr> <td><i>osservazioni</i></td><td>È l'unico caso in cui non ci sono deformazioni → non c'è perdita di energia meccanica → si ha il caso particolare che $E_{\text{tot}} = E_m^{\text{tot}}$ → per la legge di conservazione dell'energia totale K_{tot} si conserva ↔ $K_0^{\text{tot}} = K_f^{\text{tot}}$</td><td>I corpi si deformano → parte dell'energia meccanica si converte in deformazione → $E_{m0}^{\text{tot}} < E_{mf}^{\text{tot}} \rightarrow E_m^{\text{tot}}$ E_{tot} non si conserva (↔ $E_{\text{tot}} \neq E_m^{\text{tot}}$). Da notare che in questo caso i corpi dopo l'urto rimangono separati come prima dell'urto, anche se possono rimanere deformati qualora la forza d'urto sia così elevata da passare il limite di elasticità del loro materiale di sostituzione</td><td>Vale come per gli urti parzialmente anelastici che $E_{m0}^{\text{tot}} < E_{mf}^{\text{tot}}$ (per lo stesso motivo). In questo caso, però, i corpi dopo l'urto rimangono attaccati, e formano un nuovo corpo avente una certa velocità finale (unitaria) e la cui massa è ovviamente la somma delle masse dei due corpi prima dell'urto.</td></tr> </tbody> </table>				<i>Tipi di urti a 2 corpi</i>				Urti (perfettamente) elastici	Urti parzialmente anelastici	Urti totalmente (o perfettamente) anelatici	<i>Grandezze che si conservano</i>	p_{tot} L_{tot} E_m^{tot}	p_{tot} L_{tot}	p_{tot} L_{tot}	<i>Sono presenti deformazioni?</i>	No (per definizione di "elasticità")	Sì	Sì	<i>osservazioni</i>	È l'unico caso in cui non ci sono deformazioni → non c'è perdita di energia meccanica → si ha il caso particolare che $E_{\text{tot}} = E_m^{\text{tot}}$ → per la legge di conservazione dell'energia totale K_{tot} si conserva ↔ $K_0^{\text{tot}} = K_f^{\text{tot}}$	I corpi si deformano → parte dell'energia meccanica si converte in deformazione → $E_{m0}^{\text{tot}} < E_{mf}^{\text{tot}} \rightarrow E_m^{\text{tot}}$ E_{tot} non si conserva (↔ $E_{\text{tot}} \neq E_m^{\text{tot}}$). Da notare che in questo caso i corpi dopo l'urto rimangono separati come prima dell'urto, anche se possono rimanere deformati qualora la forza d'urto sia così elevata da passare il limite di elasticità del loro materiale di sostituzione	Vale come per gli urti parzialmente anelastici che $E_{m0}^{\text{tot}} < E_{mf}^{\text{tot}}$ (per lo stesso motivo). In questo caso, però, i corpi dopo l'urto rimangono attaccati, e formano un nuovo corpo avente una certa velocità finale (unitaria) e la cui massa è ovviamente la somma delle masse dei due corpi prima dell'urto.												
	<i>Tipi di urti a 2 corpi</i>																																		
	Urti (perfettamente) elastici	Urti parzialmente anelastici	Urti totalmente (o perfettamente) anelatici																																
<i>Grandezze che si conservano</i>	p_{tot} L_{tot} E_m^{tot}	p_{tot} L_{tot}	p_{tot} L_{tot}																																
<i>Sono presenti deformazioni?</i>	No (per definizione di "elasticità")	Sì	Sì																																
<i>osservazioni</i>	È l'unico caso in cui non ci sono deformazioni → non c'è perdita di energia meccanica → si ha il caso particolare che $E_{\text{tot}} = E_m^{\text{tot}}$ → per la legge di conservazione dell'energia totale K_{tot} si conserva ↔ $K_0^{\text{tot}} = K_f^{\text{tot}}$	I corpi si deformano → parte dell'energia meccanica si converte in deformazione → $E_{m0}^{\text{tot}} < E_{mf}^{\text{tot}} \rightarrow E_m^{\text{tot}}$ E_{tot} non si conserva (↔ $E_{\text{tot}} \neq E_m^{\text{tot}}$). Da notare che in questo caso i corpi dopo l'urto rimangono separati come prima dell'urto, anche se possono rimanere deformati qualora la forza d'urto sia così elevata da passare il limite di elasticità del loro materiale di sostituzione	Vale come per gli urti parzialmente anelastici che $E_{m0}^{\text{tot}} < E_{mf}^{\text{tot}}$ (per lo stesso motivo). In questo caso, però, i corpi dopo l'urto rimangono attaccati, e formano un nuovo corpo avente una certa velocità finale (unitaria) e la cui massa è ovviamente la somma delle masse dei due corpi prima dell'urto.																																
URT MONODIMENSIONALI	Casi particolari di urto in cui ci sono solo due corpi che hanno stessa direzione di moto (e solitamente verso opposto, anche se questo non è obbligatorio). Sono particolarmente semplici da trattare in quanto la direzione presa dai corpi dopo l'urto è per forza la stessa direzione che entrambi avevano prima dell'urto. Consideriamo per la trattazione dei sottocasi i seguenti dati: m_1 e m_2 =masse dei due corpi, V_{01} e V_{02} =velocità iniziali dei corpi, V_{f1} e V_{f2} =velocità finali dei corpi (1) Urto monodimensionali perfettamente elastici : Conservazione di p_{tot} → (a) $m_1 \cdot V_{01} + m_2 \cdot V_{02} = m_1 \cdot V_{f1} + m_2 \cdot V_{f2}$ Conservazione di $E_m^{\text{tot}} = K_{\text{tot}}$ → (b) $(1/2 \cdot m_1 \cdot V_{01}^2) + (1/2 \cdot m_2 \cdot V_{02}^2) = (1/2 \cdot m_1 \cdot V_{f1}^2) + (1/2 \cdot m_2 \cdot V_{f2}^2)$ Viene quindi un sistema con (a) e (b) , che risolto dà queste equazioni: $V_{f1} = [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)] \cdot V_{01} + [2 \cdot m_2/(m_1 + m_2)] \cdot V_{02}$ $V_{f2} = [2 \cdot m_1/(m_1 + m_2)] \cdot V_{01} + [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)] \cdot V_{02}$ (2) Urto monodimensionali perfettamente anelastici . Si procede così (NB: $V_f = V_{f1} = V_{f2}$ =velocità finale del corpo unico): Conservazione di p_{tot} → $m_1 \cdot V_{01} + m_2 \cdot V_{02} = (m_1 + m_2) \cdot V_f$																																		
URT MONODIMENSIONALI VISTI DAL SdR CM	(1) Urto monodimensionali perfettamente anelatici SdR CM : i corpi sono in avvicinamento relativo prima dell'urto, poi dopo l'urto i due corpi si fermano ($V_{\text{cm}} = 0$). Inoltre, poiché siamo in campo elastico K_{tot} si conserva. Si ha quindi che $p_{01}^{\text{cm}} = -p_{02}^{\text{cm}}$ e poi $p_{f1}^{\text{cm}} = -p_{f2}^{\text{cm}}$. Si può poi esprimere K così: $K = 1/2 \cdot p ^2/m$. Applicando poi la conservazione di K_{tot} e sostituendo a tutti i vari K l'equazione appena data (col simbolo di p riferito correttamente ad ogni K), si dimostra che: $p_{01}^{\text{cm}} = -p_{f1}^{\text{cm}}$ e $p_{02}^{\text{cm}} = -p_{f2}^{\text{cm}} \rightarrow V_{01}^{\text{cm}} = V_{f1}^{\text{cm}}$ e $V_{02}^{\text{cm}} = V_{f2}^{\text{cm}}$ (2) Urto monodimensionali perfettamente elastici SdR CM : i corpi prima si avvicinano, poi dopo l'urto si allontanano. Si ha quindi che $p_{01}^{\text{cm}} = -p_{02}^{\text{cm}}$ e $V^{\text{cm}} = 0$																																		
RIEPILOGO E RELAZIONI FRA GRANDEZZE ROTAZIONALI E TRASLAZIONALI	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th><i>Moto rotatorio puro con asse fisso</i></th><th colspan="2"><i>Moto rettilineo puro</i></th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>X_{circ}</td><td>$X_{\text{circ}} = \theta \cdot r$</td><td>$X_{\text{lin}}$</td><td></td></tr> <tr> <td>ω</td><td>$\omega = d\theta/dt$</td><td>V</td><td>$V = dX/dt$</td></tr> <tr> <td>a</td><td>$a = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$</td><td>$a$</td><td>$a = dV/dt = d^2X/dt^2$</td></tr> <tr> <td>Con a=costante</td><td>$\omega = \omega_0 + a \cdot t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$</td><td>Con a=costante</td><td>$V = V_0 + a \cdot t$ $X = X_0 + V_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$</td></tr> <tr> <td>$w_{\text{circ}}$</td><td>$w_{\text{circ}} = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau \cdot d\theta$</td><td>$w_s$</td><td>$w_s = \int_{x_0}^x F_s \cdot dX$</td></tr> <tr> <td>$q_{\text{circ}}$</td><td>$q_{\text{circ}} = dw_{\text{circ}}/dt = \tau_A \cdot \omega$</td><td>$q$</td><td>$q = dw/dt = F \cdot V$</td></tr> <tr> <td>$\tau_A$</td><td>$\tau_A = dL_A/dt = I_A \cdot a$</td><td>$F$</td><td>$F = dp/dt = m \cdot a$</td></tr> </tbody> </table>				<i>Moto rotatorio puro con asse fisso</i>	<i>Moto rettilineo puro</i>		X_{circ}	$X_{\text{circ}} = \theta \cdot r$	X_{lin}		ω	$\omega = d\theta/dt$	V	$V = dX/dt$	a	$a = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$	a	$a = dV/dt = d^2X/dt^2$	Con a=costante	$\omega = \omega_0 + a \cdot t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$	Con a=costante	$V = V_0 + a \cdot t$ $X = X_0 + V_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$	w_{circ}	$w_{\text{circ}} = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau \cdot d\theta$	w_s	$w_s = \int_{x_0}^x F_s \cdot dX$	q_{circ}	$q_{\text{circ}} = dw_{\text{circ}}/dt = \tau_A \cdot \omega$	q	$q = dw/dt = F \cdot V$	τ_A	$\tau_A = dL_A/dt = I_A \cdot a$	F	$F = dp/dt = m \cdot a$
	<i>Moto rotatorio puro con asse fisso</i>	<i>Moto rettilineo puro</i>																																	
X_{circ}	$X_{\text{circ}} = \theta \cdot r$	X_{lin}																																	
ω	$\omega = d\theta/dt$	V	$V = dX/dt$																																
a	$a = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$	a	$a = dV/dt = d^2X/dt^2$																																
Con a=costante	$\omega = \omega_0 + a \cdot t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$	Con a=costante	$V = V_0 + a \cdot t$ $X = X_0 + V_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$																																
w_{circ}	$w_{\text{circ}} = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau \cdot d\theta$	w_s	$w_s = \int_{x_0}^x F_s \cdot dX$																																
q_{circ}	$q_{\text{circ}} = dw_{\text{circ}}/dt = \tau_A \cdot \omega$	q	$q = dw/dt = F \cdot V$																																
τ_A	$\tau_A = dL_A/dt = I_A \cdot a$	F	$F = dp/dt = m \cdot a$																																

	Conservazione di L_{tot}	$\sum \tau_A = 0 \leftrightarrow L_A^{tot} = \text{costante}$	Conservazione di p_{tot}	$\sum F = 0$ e $m = \text{costante}$ (cioè il sistema è isolato) $\leftrightarrow p_{tot} = \text{costante}$
Vale sempre e comunque che nel sistema $\Delta E_{tot} = \Delta w$ ($E_{tot} = E_m^{tot} \leftrightarrow c'$ è solo energia meccanica e non ci sono dispersioni di energia)				
ESEMPI DI OSCILLAZIONI SEMPLICI	<i>Caso</i>	<i>Osservazioni e calcoli</i>		
	Molla in verticale	Consideriamo una molla attaccata a un soffitto e con all'altro lato fissata una massa m. Poniamo h=lunghezza della molla quando il sistema è in equilibrio statico e Y=0 nel punto di equilibrio statico (Y=quota su asse y). (1) La situazione di equilibrio statico si ha quando $F = k \cdot h \cdot (\hat{i}) + m \cdot g \cdot (-\hat{i}) = 0 \rightarrow h = m \cdot g / k$ (2) Per come scelto Y=0 si ha che: $F_M(Y) = k \cdot (h - Y) = (k \cdot h) - (k \cdot Y)$ (3) In un istante diverso dall'equilibrio c'è una certa accelerazione $a \neq 0$ che tende a riportare il sistema in equilibrio, quindi si ha che: $F_M - (m \cdot g) = m \cdot a \leftrightarrow (k \cdot h) - (k \cdot Y) - (m \cdot g) = m \cdot a$ (4) Ma (dal punto (1)) si sa che nel punto di equilibrio $(k \cdot h) = (m \cdot g) \rightarrow -(k \cdot Y) = m \cdot a$ (4) Alla fine si sostituisce che $a = d^2 Y / dt^2 \rightarrow -(k \cdot Y) = m \cdot (d^2 Y / dt^2)$		
	Pendolo semplice	Consideriamo un pendolo con attaccata in fondo una massa m (quindi avente forza peso $P = m \cdot g$) e $\theta =$angolo di spostamento dalla verticale. (1) In un istante generico con $\theta \neq 0$ si ha una certa $F_t =$forza tangente alla traiettoria circolare di oscillazione (generata da P): $F_t = P \cdot \sin \theta = m \cdot g \cdot \sin \theta$ e $F_t = m \cdot a_t \rightarrow m \cdot g \cdot \sin \theta = m \cdot a_t$ <u>Consideriamo ora piccoli spostamenti dalla verticale (cioè $\theta \rightarrow 0$).</u> In questo caso si può approssimare che lo spostamento è lineare (non circolare). Posto X=spostamento lineare (su asse x) e L=lunghezza corda del pendolo, si ha che: (2) $\sin \theta = X / L \rightarrow m \cdot g \cdot (X / L) = m \cdot a_t$ (3) Si ha poi che $a_t \approx a_x \rightarrow m \cdot g \cdot (X / L) = m \cdot a_x \leftrightarrow a_x = g \cdot (X / L)$ (4) Sapendo poi che: $a_x = \omega^2 \cdot X \rightarrow \omega^2 \cdot X = g \cdot (X / L) \leftrightarrow \omega = (g / L)^{1/2}$		
	Pendolo reale	Consideriamo un pendolo di peso m, fissato nel punto z e avente un certo momento d'inerzia I_z. La distanza dal centro di massa a z è d. $\theta =$angolo di spostamento dalla verticale (1) Calcoliamo il momento torcente su z in un istante con $\theta \neq 0$: $\tau_z = F_t \cdot d = m \cdot g \cdot \sin \theta \cdot d$ (2) Inoltre si ha che $\tau_z = I_z \cdot \alpha_z \rightarrow m \cdot g \cdot \sin \theta \cdot d = I_z \cdot \alpha_z$ <u>Consideriamo, come prima, piccoli spostamenti dalla verticale (cioè $\theta \rightarrow 0$).</u> (3) Si ha quindi che $\sin \theta \approx \theta \rightarrow \tau_z = m \cdot g \cdot \theta \cdot d = I_z \cdot \alpha_z \leftrightarrow (m \cdot g \cdot \theta \cdot d / I_z) - \alpha_z = 0$ (4) Si ha anche che: $a_t = \alpha_z \cdot d \leftrightarrow \alpha_z = a_t / d \rightarrow (m \cdot g \cdot \theta \cdot d / I_z) - (a_t / d) = 0$ (5) Considerando che, come prima, si ha che: $a_t \approx a_x$ poiché $\theta \rightarrow 0$, $a_x = \omega^2 \cdot X$, $X / d = \sin \theta \approx \theta$. (6) Sostituendo le tre equazioni di (5) in $(m \cdot g \cdot \theta \cdot d / I_z) - (a_x / d) = 0$ si ottiene il seguente risultato: $\omega = (m \cdot g \cdot d / I_z)^{1/2}$		
	Pendolo in torsione	Il pendolo in torsione è fatto così: c'è un cilindro di raggio r avente momento d'inerzia I legato una corda nel centro di una delle due facce circolari (corda che dall'altro lato è attaccata a un soffitto). Consideriamo l'asse z quello che ricalca la posizione della corda. Se si ruota il cilindro intorno all'asse z di un certo $\theta =$angolo di scostamento dalla posizione di riposo, questo per torsione comincerà a oscillare tendendo a ritornare nella posizione di riposo (corda in stato non-torto). (1) Il momento torcente di reazione si calcola così: $\tau_z = \kappa \cdot \theta$ e $\tau_z = I_z \cdot \alpha_z = I_z \cdot (a_t / r) \rightarrow \kappa \cdot \theta = I_z \cdot (a_t / r)$ $a_t = \omega^2 \cdot X$ con X=tratto di circonferenza $= r \cdot \theta \rightarrow a_t = \omega^2 \cdot r \cdot \theta$ (3) Sostituendo (2) in (1) si ha che $\kappa \cdot \theta = I_z \cdot (\omega^2 \cdot \theta) \rightarrow \omega = (\kappa / I_z)^{1/2}$		
	Moto Circolare Uniforme	Consideriamo un moto circolare con raggio r con $\omega =$costante e il SdR con origine nel centro della traiettoria circolare. Poniamo $\theta =$angolo di scostamento dall'asse x (1) $\omega =$costante $\rightarrow$ Si può dare una equazione per $\theta(t)$: $\theta(t) = \omega \cdot t + \phi =$fase (2) Si possono esprimere le equazioni di X=spazio percorso lungo l'asse x e di Y=spazio percorso lungo l'asse y: $X(t) = r \cdot \cos \theta = r \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$ e $Y(t) = r \cdot \sin \theta = r \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$ $\rightarrow$il moto circolare uniforme è la composizione di due moti armonici sfasati di $\pi/2$ con stesse costanti ω (=velocità angolare) e ϕ		

PARTE B: ELETTROSTATICA

FORMULARIO COMPLETO PER ARGOMENTI

Nome Grandezza/Teorema	Simbolo	Formula	Udm	Note/osservazioni/spiegazione simboli formula
<u>Legge di conservazione della carica elettrica</u>		La carica elettrica non può essere creata né distrutta, ma solo scambiata		La carica ha unità di misura il Coulomb, abbreviato C
<u>Forza di interazione elettrica (legge di Coulomb)</u>	F_e	$F_e = [1 / (4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)] \cdot [(q_1 \cdot q_2) / d^2] \cdot \hat{a}$	N	d=vettore distanza fra i centri delle due cariche (ha versore $\hat{a}$) $\epsilon_0 =$ costante dielettrica assoluta del vuoto= $8,854188 \cdot 10^{-12}$ [C/(N·m²)] q_1 e q_2 sono cariche puntiformi . Se sono di segno opposto la forza ha il verso da q_1 a q_2 (o viceversa), se uguali ha verso opposto
<u>Campo Elettrico</u>	E	$E = \text{Lim}_{q_0 \rightarrow 0} (F / q_0)$	N/C	$q_0 =$ carica di prova (cioè abbastanza piccola da non perturbare il campo elettrico già presente), di segno + (per convenzione) F=forza esercitata dal campo elettrico su q_0 NB: vale per E il <u>principio di sovrapposizione delle forze</u>
Casi particolari di calcolo del campo elettrico	(1)	$E = [1 / (4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)] \cdot (q / d^2) \cdot \hat{a}$	N/C	E' il campo elettrico prodotto da 1 carica elettrica puntiforme $q =$ carica puntiforme Questa formula dimostra due cose (1 e 2): $1/d^2 \rightarrow$ (1) il <u>campo elettrico generato da q è a simmetria sferica</u> $\hat{a}$ (versore di r) $\rightarrow$ (2) <u>E generato da q è radiale</u>
	(2)	$E = \int dE$ $dE = [1 / (4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)] \cdot (dq / d^2) \cdot \hat{a}$	N/C	Caso particolare della formula (1) quando si ha una <u>distribuzione continua</u> di carica Se la carica è omogeneamente distribuita, è nota la densità di carica, quindi si può calcolare il dq e poi ricavare E come integrale: (a) $dq = \rho \cdot dV$, con V=volume e $\rho =$ <u>densità di carica volumica</u> (b) $dq = \sigma \cdot dA$, con A=area e $\sigma =$ <u>densità di carica superficiale</u> (c) $dq = \lambda \cdot ds$, con s=lunghezza lineare e $\lambda =$ <u>densità di carica lineare</u> NB: la densità di carica (in elettronica) è l'equivalente della densità di massa (in meccanica)
Forza Elettrica (riespressa in funzione di E)	F_e	$F_e = q \cdot E$	N	Una carica q posta in un punto spaziale in cui agisce un certo E sente F_e (che è una forza conservativa, cosa dimostrata parlando del lavoro)
<u>Lavoro della forza elettrica</u> (definizione generale tramite la forza di interazione elettrica)	w_e	$w_e = -[(q_1 \cdot q_2) / (4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)] \cdot [(1/d_f) - (1/d_0)]$	J	w_e è il lavoro che deve essere compiuto per portare la carica q_1 da una distanza d_i a una distanza d_f da q_2 (o viceversa invertendo q_1 con q_2). Dimostrazione (1) $w = \int F \cdot dX$ (formula già affrontata in meccanica)

				(2) sostituire $F=[1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot[(q_1\cdot q_2)/d^2]\cdot\hat{a}$ e risolvere considerando lo spostamento X in direzione di d
Lavoro della forza elettrica (definito tramite E)	w_e	$w_e=-q_0\int E\cdot dX$	J	q_0 =carica di prova ed E=campo elettrico sentito da q_0 Dimostrazione (1) $w=\int F\cdot dX$ (formula già affrontata in meccanica) (2) sostituire $F=F_e=q\cdot E$
Energia Potenziale elettrica	u	$u_f-u_0=-w_e =q_0\int_0^f E\cdot dX$	J	Vale sempre che: $d_0=\infty \rightarrow u_f-u_0=[(q_1\cdot q_2)/(4\pi\epsilon_0)]\cdot(1/d_f)$ Stessa cosa poi per d_f : $d_f=\infty \rightarrow u_f-u_0=-[(q_1\cdot q_2)/(4\pi\epsilon_0)]\cdot(1/d_0)$ Inoltre si nota che <u>se (e solo se)</u> non si ha il caso di un oggetto con una dimensione ∞ si ha che: $d_0=\infty \rightarrow u_0=0$ (e anche $d_f=\infty \rightarrow u_f=0$)
<u>Momento di dipolo elettrico</u>	P	$P=q\cdot d\cdot\hat{o}$	C·m	q =valore delle due cariche d =distanza fra le 2 cariche (di versore $\hat{o}$, verso da carica - a carica +)
Momento torcente di un dipolo elettrico in un campo elettrico	τ	$\tau=P\times E = P \cdot E \cdot\sin\theta$	N·m (J)	<u>La formula è valida se e solo se E è uniforme nello spazio occupato dal dipolo.</u> Dimostrazione (1) si scrive l'equazione meccanica di τ generato una coppia di forze F (2) si sostituisce $F=F_e=q\cdot E$
Lavoro compiuto dal campo elettrico per ruotare un dipolo	u_{dip}	$u_{dip}=-P\cdot E = P \cdot E \cdot\cos\theta$	J	Il dipolo viene ruotato dal campo elettrico E di un certo angolo θ Dimostrazione: (1) $\Delta u=-W=\int_{\theta_0}^{\theta} \tau\cdot d\theta$ (formula già affrontata in meccanica) (2) si sostituisce $\tau= P \cdot E \cdot\sin\theta$ e si risolve ponendo $\theta_0=90^\circ$
<u>Potenziale elettrico in un punto B</u> (definizione astratta di potenziale elettrico)	v	$v_B=Lim_{q_0\rightarrow 0} (u_B/q_0)$	V=J/C	q_0 =carica di prova spostata dall'infinito ad un punto B all'interno di E E=campo elettrico di una distribuzione <u>statica</u> di carica, nullo all'infinito (B è al suo interno) u_p =scostamento dell'energia potenziale del sistema di cariche dovuto all'inserimento dei q_0 (NB: prima di aggiungere q_0 , $u_B=0$)
Differenza di potenziale fra due punti (definizione pratica di potenziale elettrico)	v_A-v_B	$v_B-v_A=-\int_A^B E\cdot dX$	V	X=spostamento di q_0 dal punto A (iniziale) al punto B (finale) Dimostrazione: sostituire al posto di u_p , $u_B-u_A=q_0\cdot\int_A^B E\cdot dX$ la definizione astratta di potenziale elettrico in un punto B. NB: se, quando $A=\infty$, $u_A=0$ ($\leftrightarrow v_A=0$), $v_B=-\int_{\infty}^B E\cdot dX$
Casi particolari di calcolo del potenziale elettrico	(1)	$v_A-v_B=[1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot[(q/r_B)-(q/r_A)]$	V	E' il calcolo del potenziale per 1 carica puntiforme q generico. Dimostrazione: E è (per 1 carica puntiforme) radiale, quindi la sola componente di X che genera un cambio di potenziale è quella radiale: $v_A-v_B=-\int_A^B E\cdot dX=-\int_{r_A}^{r_B} E \cdot dr \rightarrow [E =[1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot(q/d^2)]$ con $d=r \rightarrow$ $v_A-v_B=-[1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot q\cdot\int_{r_A}^{r_B} dr/r^2 \rightarrow$ risolvere l'integrale $\rightarrow$ formula data
	(2)	$v_B=[1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot(q/r_B)$	V	<u>Caso particolare della formula (1)</u> quando $r_A=\infty$ e $u_A=0$
	(3)	$dv=[1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot(dq/r)$ $\leftrightarrow v=[1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot\int (dq/r)$	V	<u>Caso particolare della formula (2)</u> quando si ha una <u>distribuzione continua di carica</u> . Il dq si può esprimere sempre in funzione della densità di carica, vedi "campo elettrico generato da una distribuzione continua di carica"
	(4)	$v_P=\sum_i v_i = [1/(4\pi\epsilon_0)]\cdot\sum_i (q_i/r_i)$	V	E' la <u>generalizzazione della formula (2)</u> a un numero illimitato di cariche puntiformi (però non all'infinito) utilizzando il <u>principio di sovrapposizione</u>
Introduzioni al teorema di Gauss	A	$A=\pm A \cdot\hat{a}$	m ²	Il <u>vettore area A</u> è già stato affrontato in meccanica. Si ricorda che: - $ A $ =valore dell'area in m ² - $\hat{a} \perp$ piano dell'area, per una superficie qualsiasi (anche bombata) si considera il piano tangente locale per disegnare $\hat{a}$ - il verso di A (cioè + o -) si determina con la regola della mano destra, cioè il verso varia a seconda del verso di percorrenza del perimetro - come area si può anche intendere una superficie , cioè un'area "volumica", cioè il valore dell' <u>area delimitante un corpo in 3 dimensioni</u>
	Φ	$\Phi=V\cdot A$ $\Phi=\int V\cdot dA$ (generalizzato)	m ² ·x (x=udm di V)	Φ=flusso di un campo vettoriale V=valore del campo vettoriale che attraversa A A=vettore area (l'area di riferimento va scelta a priori, e può anche essere una superficie)
<u>Flusso del campo elettrico (legge di Gauss)</u>	Φ_E	$\Phi_E=\int_S E\cdot dA=(1/\epsilon_0)\cdot\sum_i q_i^{int}$	N·m ² /C	$\int_S$ =integrale esteso a una superficie chiusa Σ (detta <u>sup. gaussiana</u>) E=vettore campo elettrico locale su dA (cioè passante attraverso dA) (NB: E è generato da <u>tutte le cariche</u> , non solo da quelle interne) dA=elemento infinitesimo di superficie $\sum_i q_i^{int}$ =somma algebrica di tutte e sole le cariche interne ad Σ
<u>Capacità di un condensatore</u>	c	$c= q / \Delta v $	F=C/V	$ q $ =carica presente sulle armature (in una c'è +q, nell'altra -q) $ \Delta v $ =differenza di potenziale applicata ai piatti da una batteria NB: c dipende dalla geometria del condensatore
Casi particolari di calcolo di capacità: condensatore a elevata simmetria (NB: tutte le formule riportate si dimostrano col procedimento illustrato in teoria)	(1)	$c=\epsilon_0\cdot A/d$	F	Capacità di un condensatore piano di area A (che può essere quadrata, circolare,...) e distanza d fra i piatti
	(2)	$c=2\pi\epsilon_0\cdot h\cdot\ln(r/R)$	F	Capacità di un condensatore cilindrico col cilindro interno di raggio esterno r e la cavità del cilindro esterno di raggio R (entrambi i cilindri sono alti h)
	(3)	$c=4\pi\epsilon_0\cdot(r\cdot R)/(r+R)$	F	Capacità di un condensatore sferico con la sfera interna di raggio r e la cavità della sfera esterna di raggio R
Capacità equivalente di condensatori <u>in parallelo</u>	$c_{eq}^{parallelo}$	$c_{eq}^{parallelo}=\sum_i c_i^{parallelo}$	F	I condensatori si dicono in parallelo se ai capi di ognuno di essi compare la stessa Δv Dimostrazione: $q_{eq}=\sum_i q_i \rightarrow [q_i=c_i\cdot v \quad q_{eq}=c_{eq}\cdot v \quad v=costante] \rightarrow$ formula data
Capacità equivalente di condensatori <u>in serie</u>	c_{eq}^{serie}	$1/c_{eq}^{serie}=\sum_i 1/c_i^{serie}$	F	I condensatori si dicono in serie se su ognuno di essi si accumula una stessa carica q Dimostrazione: $v_{eq}=\sum_i v_i \rightarrow [v_i=q/c_i \quad v_{eq}=q/c_{eq} \quad q=costante] \rightarrow$ formula data
Energia immagazzinata nel campo elettrico di un condensatore (energia spesa per caricare un condensatore)	u_c	$u_c=c\cdot v^2/2$	J	Dimostrazione Si considera una carica q^1 già trasferita da un piatto all'altro di un condensatore avente capacità c. Si ha allora che $v^1=q^1/c$. Subito dopo una dq^1 è spostata da un piatto all'altro con una variazione di energia

				potenziale $du = \mathbf{v} \cdot d\mathbf{q} = q \cdot d\mathbf{q} / c$. Nel complesso quindi si ha che: $u_{\text{tot}} = u_c = \int du = \int_0^q q' \cdot d\mathbf{q}' / c = \mathbf{q}^2 / (2 \cdot c)$. Sostituendo $q = \mathbf{v} \cdot c$ si ottiene la f.
Densità di energia	x_u	$x_u = u_c / \text{vol} = \epsilon_0 \cdot E^2 / 2$	J/m ³	u_c =energia potenziale vol=volume fra i piatti del condensatore Dimostrazione II formula (la I è la definizione!!). Dimostriamo la formula considerando un condensatore piano, quindi: (1) $\text{vol} = A \cdot d$ (2) $u_c = c \cdot v^2 / 2 = \epsilon_0 \cdot A \cdot v^2 / (2 \cdot d)$ (poiché $c_{c, \text{piano}} = \epsilon_0 \cdot A / d$) (3) utilizzando la definizione con (1) e (2): $x_u = u_c / \text{vol} = \epsilon_0 \cdot v^2 / (2 \cdot d^2)$ (4) $v_B - v_A = - \int_A^B E \cdot dX \rightarrow v = E \cdot d$ (c. piano) $\leftrightarrow v/d = E$ (5) sostituendo (4) in (3) si ottiene la formula data
Energia immagazzinata in un volume chiuso in cui agisce un campo elettrico (in generale)	u_E	$u_E = \int_0^f x_u \cdot dv$	J	u_E =energia potenziale dv =porzione infinitesima di volume NB: dv si calcola più specificamente nel caso di un oggetto ad elevata simmetria (es. sfera: $dv = 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr$)
Capacità del condensatore con dielettrico	C_{diel}	$C_{\text{diel}} = C_0 \cdot K_c$	F	c_0 =capacità del condensatore senza dielettrico K_c =costante dielettrica relativa (è tabellata e dipende solo dalle caratteristiche del materiale, e sempre $K_c > 1$, $K_c = 1$ solo per il vuoto) NB: costante dielettrica assoluta $= K_c \cdot \epsilon_0$
Forza di interazione elettrica nel dielettrico	F_c^d	$F_c^d = [1 / (4 \cdot \pi \cdot K_c \cdot \epsilon_0)] \cdot [(q_1 \cdot q_2) / d^2] \cdot \hat{a}$	N	E' la legge di Coulomb espressa all'inizio nel caso più generale: questa formula comprende <u>anche</u> il caso in cui fra le cariche c'è un dielettrico
Campo elettrico nel dielettrico	E_d			Applicando la definizione di campo elettrico con la formula di F_c^d (anziché con F_c come fatto all'inizio) si possono ricavare facilmente le formule del campo elettrico attraverso il dielettrico
Legge di Gauss riespressa nel caso con dielettrico	Φ_E	$\Phi_E = \int_{\Sigma} E_d \cdot dA = [1 / (\epsilon_0 \cdot K_c)] \cdot \sum_i q_i^{\text{int}}$	N·m ² /C	Deriva in modo molto semplice dalla definizione di E_d . q sono le cariche libere (<u>solo</u> quelle, non quelle legate)

ELEMENTI TEORICI																																
LA CARICA ELETTRICA	La carica elettrica può essere + o - : cariche di uguale segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono. L'elettrone ha carica $e = -1,6022 \cdot 10^{-19}$ Coulomb [C] , il protone ha carica -e																															
CONDUTTORI E ISOLANTI	Conduttori = materiali attraverso cui la carica scorre facilmente da un punto all'altro (es.: metalli) Isolanti = materiali in cui le cariche non si spostano, ma permangono lì dove sono state poste (es.: vetro, plastica, legno)																															
DIPOLO ELETTRICO	= coppia di cariche con segno opposto aventi però stessa carica q e poste a una distanza reciproca d																															
OSSERVAZIONI GEOMETRICHE SULLA LEGGE DI GAUSS	In generale il teorema di Gauss è utile per calcolare il campo elettrico E conoscendo la somma delle cariche elettriche all'interno della superficie gaussiana scelta Σ in questo modo: $\sum_i q_i = q_{\text{tot}} = \epsilon_0 \cdot \int_{\Sigma} E \cdot dA \rightarrow E = \dots$ La scelta di Σ in questi esercizi è la parte fondamentale per il calcolo del campo elettrico, in quanto calcolare l'integrale è semplice solo se E è <u>costantemente</u> // o $\perp$ al vettore di un certo dA, cosicché si possa portare E fuori dall'integrale poiché costante. Si ha infatti, per le proprietà del prodotto scalare che: (a) $E // dA \rightarrow E \cdot dA = E \cdot dA$ (b) $E \perp dA \rightarrow E \cdot dA = 0$ Dimostrazione della direzione del vettore E rispetto alla superficie gaussiana scelta: Per assumere che $E // dA$ o $E \perp dA$ bisogna saper dimostrare che ciò è vero. Il modo più semplice di farlo è per via puramente geometrica, seguendo questo principio: se si ha un certo corpo produttore campo elettrico E, allora se si fa ruotare/traslare il corpo in modo tale da farlo tornare in se stesso, allora anche il vettore E deve ritornare in ogni punto del corpo alla stessa identica posizione (cioè direzione e verso) in se stesso. Quindi si ipotizza per assurdo la direzione del vettore E sbagliata e si fa vedere che ruotando il corpo in un senso (in modo tale che torni in se stesso) il vettore E ha una certa direzione, mentre ruotando in un altro senso il vettore E ha direzione diversa dalla prima rotazione. Per esclusione si arriva quindi a dimostrare che E ha una unica direzione possibile... Per ottenere che il vettore E soddisfi uno dei due punti (a) o (b) in ogni parte della superficie gaussiana scelta si ricorre allo stratagemma di assumere un Σ che rispecchi la stessa simmetria dell'oggetto carico in esame. Ecco gli esempi dei casi più semplici (NB: in questi esempi <u>la carica è uniforme</u>): <table border="1"> <thead> <tr> <th>Corpo carico</th><th>Scelta di Σ più conveniente</th><th>Osservazioni</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>carica puntiforme q</td><td>guscio sferico con centro in q</td><td>In tutti i punti di Σ il vettore $dA // E$</td></tr> <tr> <td>filo carico</td><td>guscio cilindrico con le facce circolari $\perp$ al verso longitudinale del filo</td><td>L'unica area attraverso la quale $E \neq 0$ è quella laterale del cilindro Σ (è l'unica delle 3 aree che ha il vettore $dA // E$)</td></tr> <tr> <td>piano carico</td><td>guscio cilindrico con le facce circolari // al piano</td><td>Le uniche aree attraverso le quali $E \neq 0$ sono quelle di base circolari del cilindro Σ (solo queste due aree hanno il vettore $dA // E$)</td></tr> <tr> <td>guscio sferico carico (di raggio R)</td><td>guscio sferico (di raggio r) co centro coincidente a quello del guscio sferico carico</td><td>$r > R \rightarrow$ il guscio sferico, racchiuso tutto dentro Σ, si comporta come una carica puntiforme $r < R \rightarrow$ non c'è nessuna carica interna ad Σ, quindi $E = 0$</td></tr> <tr> <td>guscio cilindrico carico (di raggio R)</td><td>guscio cilindrico (di raggio r) con asse coincidente a quello del guscio cilindrico carico</td><td>$r > R \rightarrow$ il guscio cilindrico, racchiuso tutto dentro Σ, si comporta come un filo $r < R \rightarrow$ non c'è nessuna carica interna ad Σ, quindi $E = 0$</td></tr> <tr> <td>sfera piena carica (di raggio R e avente carica totale Q)</td><td>guscio sferico (di raggio r) con centro coincidente a quello della sfera carica</td><td>$r > R \rightarrow$ la sfera, racchiusa tutta dentro Σ, si comporta come una carica puntiforme $r < R \rightarrow$ la carica q interna ad Σ si calcola così: $Q/V = q/v$ $V = \text{volume sfera carica} = 4 \cdot \pi \cdot R^3 / 3$ $v = \text{volume racchiuso da } \Sigma = 4 \cdot \pi \cdot r^3 / 3$</td></tr> <tr> <td>cilindro pieno carico (di raggio R e avente carica totale Q)</td><td>guscio cilindrico (di raggio r e altezza h) con asse coincidente a quello del cilindro carico</td><td>$r > R \rightarrow$ il cilindro, racchiuso tutto dentro Σ, si comporta come un filo $r < R \rightarrow$ la carica q interna ad Σ si calcola così: $Q/V = q/v$ $V = \text{volume di cilindro carico contenuto in } \Sigma = \pi \cdot R^2 \cdot h$ $v = \text{volume racchiuso da } \Sigma = \pi \cdot r^2 \cdot h$</td></tr> <tr> <td>coppia di piani paralleli con cariche opposte</td><td></td><td>Si utilizza il principio di sovrapposizione per calcolare i vari E delle zone interne ed esterne: si sommano i contributi di E dati da ogni piano</td></tr> <tr> <td>coppia di gusci cilindrici concentrici</td><td></td><td>Si utilizza il principio di sovrapposizione per calcolare i vari E delle zone interne ed esterne: si</td></tr> </tbody> </table>		Corpo carico	Scelta di Σ più conveniente	Osservazioni	carica puntiforme q	guscio sferico con centro in q	In tutti i punti di Σ il vettore $dA // E$	filo carico	guscio cilindrico con le facce circolari $\perp$ al verso longitudinale del filo	L'unica area attraverso la quale $E \neq 0$ è quella laterale del cilindro Σ (è l'unica delle 3 aree che ha il vettore $dA // E$)	piano carico	guscio cilindrico con le facce circolari // al piano	Le uniche aree attraverso le quali $E \neq 0$ sono quelle di base circolari del cilindro Σ (solo queste due aree hanno il vettore $dA // E$)	guscio sferico carico (di raggio R)	guscio sferico (di raggio r) co centro coincidente a quello del guscio sferico carico	$r > R \rightarrow$ il guscio sferico, racchiuso tutto dentro Σ , si comporta come una carica puntiforme $r < R \rightarrow$ non c'è nessuna carica interna ad Σ , quindi $ E = 0$	guscio cilindrico carico (di raggio R)	guscio cilindrico (di raggio r) con asse coincidente a quello del guscio cilindrico carico	$r > R \rightarrow$ il guscio cilindrico, racchiuso tutto dentro Σ , si comporta come un filo $r < R \rightarrow$ non c'è nessuna carica interna ad Σ , quindi $ E = 0$	sfera piena carica (di raggio R e avente carica totale Q)	guscio sferico (di raggio r) con centro coincidente a quello della sfera carica	$r > R \rightarrow$ la sfera, racchiusa tutta dentro Σ , si comporta come una carica puntiforme $r < R \rightarrow$ la carica q interna ad Σ si calcola così: $Q/V = q/v$ $V = \text{volume sfera carica} = 4 \cdot \pi \cdot R^3 / 3$ $v = \text{volume racchiuso da } \Sigma = 4 \cdot \pi \cdot r^3 / 3$	cilindro pieno carico (di raggio R e avente carica totale Q)	guscio cilindrico (di raggio r e altezza h) con asse coincidente a quello del cilindro carico	$r > R \rightarrow$ il cilindro, racchiuso tutto dentro Σ , si comporta come un filo $r < R \rightarrow$ la carica q interna ad Σ si calcola così: $Q/V = q/v$ $V = \text{volume di cilindro carico contenuto in } \Sigma = \pi \cdot R^2 \cdot h$ $v = \text{volume racchiuso da } \Sigma = \pi \cdot r^2 \cdot h$	coppia di piani paralleli con cariche opposte		Si utilizza il principio di sovrapposizione per calcolare i vari E delle zone interne ed esterne: si sommano i contributi di E dati da ogni piano	coppia di gusci cilindrici concentrici		Si utilizza il principio di sovrapposizione per calcolare i vari E delle zone interne ed esterne: si
Corpo carico	Scelta di Σ più conveniente	Osservazioni																														
carica puntiforme q	guscio sferico con centro in q	In tutti i punti di Σ il vettore $dA // E$																														
filo carico	guscio cilindrico con le facce circolari $\perp$ al verso longitudinale del filo	L'unica area attraverso la quale $E \neq 0$ è quella laterale del cilindro Σ (è l'unica delle 3 aree che ha il vettore $dA // E$)																														
piano carico	guscio cilindrico con le facce circolari // al piano	Le uniche aree attraverso le quali $E \neq 0$ sono quelle di base circolari del cilindro Σ (solo queste due aree hanno il vettore $dA // E$)																														
guscio sferico carico (di raggio R)	guscio sferico (di raggio r) co centro coincidente a quello del guscio sferico carico	$r > R \rightarrow$ il guscio sferico, racchiuso tutto dentro Σ , si comporta come una carica puntiforme $r < R \rightarrow$ non c'è nessuna carica interna ad Σ , quindi $ E = 0$																														
guscio cilindrico carico (di raggio R)	guscio cilindrico (di raggio r) con asse coincidente a quello del guscio cilindrico carico	$r > R \rightarrow$ il guscio cilindrico, racchiuso tutto dentro Σ , si comporta come un filo $r < R \rightarrow$ non c'è nessuna carica interna ad Σ , quindi $ E = 0$																														
sfera piena carica (di raggio R e avente carica totale Q)	guscio sferico (di raggio r) con centro coincidente a quello della sfera carica	$r > R \rightarrow$ la sfera, racchiusa tutta dentro Σ , si comporta come una carica puntiforme $r < R \rightarrow$ la carica q interna ad Σ si calcola così: $Q/V = q/v$ $V = \text{volume sfera carica} = 4 \cdot \pi \cdot R^3 / 3$ $v = \text{volume racchiuso da } \Sigma = 4 \cdot \pi \cdot r^3 / 3$																														
cilindro pieno carico (di raggio R e avente carica totale Q)	guscio cilindrico (di raggio r e altezza h) con asse coincidente a quello del cilindro carico	$r > R \rightarrow$ il cilindro, racchiuso tutto dentro Σ , si comporta come un filo $r < R \rightarrow$ la carica q interna ad Σ si calcola così: $Q/V = q/v$ $V = \text{volume di cilindro carico contenuto in } \Sigma = \pi \cdot R^2 \cdot h$ $v = \text{volume racchiuso da } \Sigma = \pi \cdot r^2 \cdot h$																														
coppia di piani paralleli con cariche opposte		Si utilizza il principio di sovrapposizione per calcolare i vari E delle zone interne ed esterne: si sommano i contributi di E dati da ogni piano																														
coppia di gusci cilindrici concentrici		Si utilizza il principio di sovrapposizione per calcolare i vari E delle zone interne ed esterne: si																														

			sommano i contributi di E dati da ogni guscio sferico												
IL CONDUTTORE CARICO ISOLATO	Se si pone una carica dentro un corpo <u>conduttore elettricamente stabile</u> e isolato, tale carica (che quindi risulta essere “in eccesso” all’interno del corpo) si sposterà sempre e comunque sulla superficie esterna. La regola generale è infatti che non ci può essere nessuna carica in eccesso all’interno del volume di materia un corpo conduttore, questo perché: (1) le cariche elettriche (elettroni) sono <u>libere</u> di muoversi all’interno di un corpo conduttore (per definizione stessa di conduttore) (2) cariche di uguale segno si respingono: tendono cioè a disporsi il più lontano possibile le une dalle altre (3) <u>in condizioni di equilibrio elettrico stabile sperimentalmente si è notato che nei corpi non ci sono correnti stazionarie</u>: questo vuol dire che in condizioni di equilibrio elettrico stabile il campo elettrico all’interno della materia del corpo conduttore è sempre e comunque nullo ($E_{int}=0$) (cioè le cariche libere all’interno del conduttore assumono posizioni sempre casuali ma in modo tale da non creare mai campo elettrico, cioè in modo tale da assumere la configurazione energetica più bassa possibile) → il flusso del campo elettrico attraverso una superficie gaussiana presa appena sotto la superficie esterna è nullo (il che deriva dalla formula che definisce il flusso Φ sostituendo $E_{int}=0$) Si nota inoltre che: (4) se A è la <u>superficie esterna di un corpo conduttore elettricamente carico</u>, vale sempre che in ogni punto $E \perp dA$. Questo perché la carica in eccesso posta sul conduttore in equilibrio elettrico stabile si distribuisce sulla superficie esterna non casualmente, bensì in maniera omogenea, cioè in modo che tutti i punti della superficie esterna abbiano lo stesso potenziale Da questa serie di osservazioni derivano due altre osservazioni: (a) Se, ponendo una carica in eccesso su un conduttore di forma qualsiasi, la carica si distribuisce sulla superficie esterna del conduttore sempre in modo da rendere nullo il campo elettrico in qualsiasi punto all’interno del conduttore, la distribuzione di carica sulla superficie non sarà in generale uniforme, ma si avrà densità di carica maggiore nelle zone di minor curvatura. Dimostrazione: assumiamo come conduttore un sistema di due cariche sferiche (q_1 di raggio r_1 e q_2 di raggio r_2) connesse da un filo conduttore (quindi $v_1=v_2$) ma molto distanti fra loro (quindi la carica q è distribuita uniformemente sulle superfici esterne delle due sfere). Si ha che (vedi formule nel formulario): $v_1=[1/(4\cdot\pi\cdot\epsilon_0)]\cdot(q_1/r_1)$ $v_2=[1/(4\cdot\pi\cdot\epsilon_0)]\cdot(q_2/r_2)$ $v_1=v_2 \leftrightarrow q_1/q_2=r_1/r_2$ se poi sostituiamo $\sigma_n=\text{densità di carica superficiale}=q_n/4\cdot\pi\cdot r_n^2$ $q_1/q_2=r_1/r_2 \leftrightarrow \sigma_1/\sigma_2=r_2/r_1$ (b) Se un conduttore (sia scarico che carico) è posto in un luogo in cui vi è un campo elettrico, le cariche libere interne del conduttore si spostano in modo tale da rendere ovunque nullo il campo elettrico all’interno del conduttore: sulla superficie (che rimane sempre equipotenziale) si genera una distribuzione di carica in generale non uniforme, distribuzione che dipende dalla uniformità spaziale del campo elettrico esterno e dalla forma geometrica del corpo conduttore. Vale sempre e comunque che in ogni punto $E \perp dA$. NB: se un corpo conduttore è scarico prima di essere inserito in un E, allora la somma di tutte le cariche sulla superficie sarà sempre =0, anche se si avrà un accumulo di cariche + ben distinta da un accumulo di cariche -, uno per lato, accumuli che assorbiranno l'E esterno impedendogli di penetrare all'interno del corpo. Infine si può notare che: (a)→sulle punte dei conduttori si accumula una densità di carica elevata: per questo è molto probabile che l'aria circostante venga ionizzata e si ottenga una scarica elettrica (b)→<u>effetto schermo elettrostatico</u>: la cavità interna di un conduttore è isolata elettricamente dall'esterno, e inoltre spostamenti di una eventuale carica nella cavità non influiscono sul campo elettrico esterno (e viceversa)														
PROCEDIMENTO PER DETERMINARE LA C DI UN CONDENSATORE CON GEOMETRIA SIMMETRICA	(1) si suppone una carica q sui piatti (2) si calcola il campo elettrico in funzione di q utilizzando la <u>legge di Gauss</u> (3) noto E si determina la differenza di potenziale Δv fra le armature scegliendo un percorso lungo il quale $E//X$ (4) $c= q / \Delta v$ NB: si trascurano gli effetti di bordo sulle armature Questo è il procedimento (sempre uguale per ogni tipo di condensatore) col quale si dimostrano le formule riportate nel formulario delle capacità per specifici condensatori a elevata simmetria														
TIPOLOGIE DI CONDENSATORI	- <u>condensatore piano</u>: le armature sono due piani di sezione A, paralleli fra loro e distanti d uno dall'altro - <u>condensatore cilindrico</u>: le armature sono due cilindri coassiali (uno pieno al centro di raggio r e uno cavo, contenente il pieno, di raggi R₁ e R₂ con $R_1 > r$ e $R_2 > R_1$) entrambi di uguale altezza h. Si nota che il $E \neq 0$ solo nella zona d'intercapedine fra le armature, cioè fra r e R_1, questo perché la armature hanno la stessa carica q e all'esterno, per sovrapposizione, $E=0$ - <u>sferico</u>: le armature sono due sfere concentriche (una interna piena di raggio r e un guscio sferico esterno, contenente la sfera piena, di raggio interno R, con $R > r$). Da notare che la sfera esterna ha solo il ruolo di contenere il campo E, poiché il campo elettrico E nell'intercapedine fra le sfere (unico luogo, quindi, in cui $E \neq 0$) è solo quello generato dalla sfera piena interna di raggio r (e questo deriva dall'applicazione di Gauss scegliendo come Σ un guscio sferico con raggio compreso fra r e R, poiché in tal modo la carica interna a Σ è solo quella della sfera piena) - <u>sfera singola</u>: si può intendere una singola sfera come condensatore sferico se si immagina il guscio sferico collocato all'infinito. In questo caso la situazione è identica alla precedente, ma si pone $R_1 \rightarrow \infty$ NB: lo stesso discorso si può fare anche con il condensatore piano o col cilindrico														
I DIELETTRICI	In generale in una regione di spazio in cui c'è un qualche tipo di materia il campo elettrico E ha valore diverso che nel vuoto, questo perché E stesso induce modifiche nella distribuzione di cariche della materia. Prima si è visto il caso dei materiali conduttori, ora esaminiamo quello dei materiali isolanti. I materiali isolanti non posseggono cariche libere, anche se E può agire in due diversi modi a seconda del tipo di materiale: <table border="1"> <thead> <tr> <th>Materiale</th><th>Descrizione materiale</th><th>Situazione senza E</th><th>Situazione con E</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Materiali dielettrici polari</td><td>Materiali che posseggono <u>dipoli elettrici permanenti</u> (es.: molecole polari)</td><td>i dipoli elettrici sono orientati in maniera totalmente casuale</td><td>(1) E ruota i dipoli allineandoli almeno in parte al campo stesso (2) E può creare dei nuovi dipoli (momentanei) a carattere indotto</td></tr> <tr> <td>Materiali dielettrici non polari</td><td>Materiali che <u>non</u> posseggono dipoli elettrici permanenti</td><td>Non sono presenti dipoli elettrici</td><td>E può <u>solo</u> creare dei nuovi dipoli (momentanei) a carattere indotto (cioè presenti solo finché c'è E)</td></tr> </tbody> </table> NB: i dipoli elettrici indotti sono proporzionali ad E			Materiale	Descrizione materiale	Situazione senza E	Situazione con E	Materiali dielettrici polari	Materiali che posseggono <u>dipoli elettrici permanenti</u> (es.: molecole polari)	i dipoli elettrici sono orientati in maniera totalmente casuale	(1) E ruota i dipoli allineandoli almeno in parte al campo stesso (2) E può creare dei nuovi dipoli (momentanei) a carattere indotto	Materiali dielettrici non polari	Materiali che <u>non</u> posseggono dipoli elettrici permanenti	Non sono presenti dipoli elettrici	E può <u>solo</u> creare dei nuovi dipoli (momentanei) a carattere indotto (cioè presenti solo finché c'è E)
Materiale	Descrizione materiale	Situazione senza E	Situazione con E												
Materiali dielettrici polari	Materiali che posseggono <u>dipoli elettrici permanenti</u> (es.: molecole polari)	i dipoli elettrici sono orientati in maniera totalmente casuale	(1) E ruota i dipoli allineandoli almeno in parte al campo stesso (2) E può creare dei nuovi dipoli (momentanei) a carattere indotto												
Materiali dielettrici non polari	Materiali che <u>non</u> posseggono dipoli elettrici permanenti	Non sono presenti dipoli elettrici	E può <u>solo</u> creare dei nuovi dipoli (momentanei) a carattere indotto (cioè presenti solo finché c'è E)												
CONDENSATORI CON DIELETTRICO	Se un dielettrico è inserito fra le armature di un condensatore ne aumenta la sua capacità con la formula riportata nel formulario. Ma perché accade ciò? Il perché si capisce osservando questa reazione a catena (1) consideriamo un condensatore con carica q (dette “cariche legate”, all’opposto delle cariche libere) sui piatti, i due piatti (carichi uno +q e l’altro -q) che generano un campo elettrico $E_c=E_{est}$. Tra i piatti c’è il vuoto (cioè non c’è il dielettrico) (2) Si inserisce fra i piatti un dielettrico (3) Il dielettrico viene polarizzato da E_{est}: nascono cariche libere del dielettrico che, per attrazione elettrica, si orientano col polo + verso il piatto carico negativamente e col polo - verso il piatto carico positivamente (4) Compaiono 2 cariche dovute alla polarizzazione q_d (dette “cariche superficiali indotte”), una per armatura e posizionate sulle superfici del dielettrico direttamente adiacenti ai piatti, cariche inferiori a q e di segno opposto al piatto alle quali sono adiacenti (4) Per via delle cariche superficiali indotte il dielettrico produce un campo elettrico interno E_d che si oppone a E_{est}														

	(5) $E_{est}-E_d=E_{tot}$, con, come volevasi dimostrare, $E_{tot}<E_{est}=E_c$ (E_{tot} =campo elettrico del condensatore con dielettrico)
CONDENSATORI CON DIELETTRICO: IL FENOMENO DELLA RIGIDITA' ELETTRICA	In generale (anche senza dielettrico) se si applica una differenza di potenziale Δv troppo elevata a un condensatore, questo può venir danneggiato. Ogni tipo di condensatore ha quindi perciò una Δv_{max} sopportabile. Ebbene uno stesso condensatore ha Δv_{max} più alta senza il dielettrico che con il dielettrico: c'è infatti un valore massimo di campo elettrico applicabile oltre il quale si induce un processo di scarica a valanga che danneggia il materiale, fenomeno che varia in base al materiale ed è chiamato Rigidità dielettrica

PARTE C: TERMODINAMICA

FORMULARIO COMPLETO PER ARGOMENTI				
Nome Grandezza/Teorema	Simbolo	Formula	Udm	Note/osservazioni/spiegazione simboli formula
(1) Introduzione (grandezze fondamentali generali)				
<u>pressione</u>	p	$p= F /A$	Pa= N/m ²	F=forza applicata su A A=area di pressione Ecco alcune udm alternative al Pascal: - bar (1bar=10 ⁵ Pa) - atm (1atm=1,01325 Pa) - mmHg (1atm=760 mmHg)
<u>Densità di massa</u>	ρ	$\rho=\Delta m/\Delta v$	Kg/m ³	Δm=massa del corpo Δv=volume occupato da Δm
Modulo di compressibilità	b	$b=-\Delta p/(\Delta v/v_0)$	Pa	Δp=variazione di pressione applicata=p _r -p ₀ Δv=variazione del volume dovuto al Δp=v _r -v ₀
<u>Dilatazione termica lineare</u>	Δl	$\Delta l=\alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$	m	Δl=l _r -l ₀ ΔT=T _r -T ₀ α=coefficiente di dilatazione termica lineare (a p=costante)
<u>Dilatazione termica volumica</u>	Δv	$\Delta v=\beta \cdot l_0 \cdot \Delta T$	m ³	Δv=v _r -v ₀ ΔT=T _r -T ₀ β=coefficiente di dilatazione termica cubica (a p=costante) Per una sostanza omogenea vale che β=3•α
(2) I Gas				
<u>Numero di moli di un gas</u>	n	$n = m/p_m$	adim	Se la massa del gas è fissa (e questo accade nei sistemi chiusi o isolati), allora la quantità di materia è esprimibile in termini di numero di moli con questa formula. m = massa del gas [g] p _m = peso molecolare [u.m.a=unità di massa atomica=1,664•10 ⁻²⁴ g]
<u>Legge di Boyle</u>	teorema	$T=\text{costante} \rightarrow p=\text{cost}/v$		Sono le 3 leggi contenute nell'equazione di stato dei gas perfetti β=1/273,15 °C ⁻¹ v ₀ /p ₀ =volume/pressione del gas a 0 °C
<u>I legge di Gay-Lussac</u>	teorema	$p=\text{costante} \rightarrow v=v_0 \cdot \beta \cdot T$		
<u>II legge di Gay-Lussac</u>	teorema	$V=\text{costante} \rightarrow p=p_0 \cdot \beta \cdot T$		
<u>Equazione di stato dei gas perfetti</u>	teorema	$p \cdot v = n \cdot R \cdot T$		R=costante universale di gas=8,134 J/(mol•K)=N _A •k _B k _B =costante di Boltzmann=1,38•10 ⁻²³ J/K N _A =numero di Avogadro=6,02•10 ²⁴
<u>Equazione di stato dei gas reali (equazione di Van Der Waals)</u>	teorema	$[p+(a \cdot n^2/v^3)] \cdot [v-(n \cdot b)] = n \cdot R \cdot T$		b=covolume occupato da 1 mole di gas covolume totale occupato dal gas=v _{macroscopico tot} -Σ _i v _{particella i} a=fattore correttivo che tiene conto di: (1) effetto schermo delle particelle vicino alle pareti del contenitore: la pressione ideale è diminuita perché la particelle vicino alle pareti impediscono a quelle interne di sbatterci contro (effetto tanto maggiore quanto più grande è n/v)
(3) Calore, Lavoro termodinamico e I principio della termodinamica				
<u>Definizione termodinamica di Lavoro</u>	w	$w=\int_{v_0}^{v_f} p \cdot dv$	J	p=pressione esterna agente, da vincere per compiere la variazione di volume dv Dimostrazione: (1) $w=\int F \cdot dX$ (dalla meccanica) (2) sostituire F=p•A (definizione di p) e constatare che A•dX=dv Da notare che: F=sommatoria di tutte le forze esterne agenti sulla superficie piana A NB: w>0 ↔ Δv=v _r -v ₀ >0 w<0 ↔ Δv=v _r -v ₀ <0 NB: se il processo è reversibile w equivale all'area sottesa dalla curva sul piano di Clapeyron
<u>I principio della termodinamica</u>	teorema	$\Delta E_{int} = Q - w$ $\leftrightarrow dE_{int} = \delta Q - \delta w$ (ΔE _{int} →0)		ΔE _{int} =E _r -E ₀ =variazione dell'energia interna del sistema Q=calore acquisito(+)/ceduto(-) dal sistema durante la trasformazione w=lavoro compiuto dal sistema durante la trasformazione
<u>Capacità termica a pressione o volume costante</u>	c _{p gen}	$c_{p \text{ gen}} = Q/\Delta T$	J/K	Capacità a termica a pressione costante Q=calore assorbito per aumentare la temperatura di ΔT
	c _{v gen}	$c_{v \text{ gen}} = Q/\Delta T$		Capacità a termica a volume costante Q=calore assorbito per aumentare la temperatura di ΔT
<u>Capacità termica (a pressione o volume costante) molare</u>	c _{p mol}	$c_{p \text{ mol}} = c_{p \text{ gen}}/n = Q/(\Delta T \cdot n)$	J/(K •mol)	Capacità termica molare a pressione costante n=numero di moli
	c _{v mol}	$c_{v \text{ mol}} = c_{v \text{ gen}}/n = Q/(\Delta T \cdot n)$		Capacità termica molare a volume costante
<u>Capacità termica per unità di massa = Calore specifico (a pressione o volume costante)</u>	c _p	$c_p = c_{p \text{ gen}}/m = Q/(\Delta T \cdot m)$	J/(K •Kg)	c_p=calore specifico a pressione costante m=massa totale c _p è un coefficiente tabellato che varia in base al materiale
	c _v	$c_v = c_{v \text{ gen}}/m = Q/(\Delta T \cdot m)$		c_v=Calore specifico a volume costante c _v è un coefficiente tabellato che varia in base al materiale
<u>Calore da fornire a un corpo di massa m e calore specifico c(T) per modificare la T di ΔT</u>	Q _{ΔT}	$Q_{\Delta T} = \sum_{n=1}^N (m \cdot c_n \cdot \Delta T_n)$ $\leftrightarrow Q_{\Delta T} = m \cdot \int_{T_0}^{T_f} c \cdot dT$	J	N=numero di incrementi finiti di ΔT c _n =calore specifico (è costante e noto in ogni intervallo) La formula deriva direttamente dalla definizione di calore specifico
<u>Calore latente</u>	λ	$\lambda = Q_{fase}/m$	J/Kg	Q _{fase} =calore assorbito/ceduto dalla sostanza durante il passaggio di fase m=unità di massa presa di riferimento λ è un coefficiente tabellato che varia sia dal materiale sia dal passaggio di fase svolto da esso
<u>Calore totale assorbito da una sostanza durante un passaggio di fase</u>	Q _{fase}	$Q_{fase} = \lambda \cdot m$	J	NB: durante un passaggio di fase si ha sempre che: Q≠0 ma T=costante m=parte di massa della sostanza che compie il passaggio di fase (solo in casi particolari m=massa totale sostanza) La formula deriva direttamente dalla definizione di calore latente

Capacità termica molare di un gas ideale a volume costante	$c_{v \text{ mol}}$	Gas monoatomico: $c_{v \text{ mol}}=3 \cdot R/2=15,2 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$	$\text{J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$	Dimostrazione: (1) $v=\text{costante} \rightarrow w=0 \rightarrow [\text{I pr. Termodinamica}] \rightarrow \Delta E_{\text{int}}=Q$ (2) $c_{v \text{ mol}}=Q/(\Delta T \cdot n)=\Delta E_{\text{int}}/(\Delta T \cdot n)$ (3) per $\Delta E_{\text{int}} \rightarrow 0$ l'equazione diventa: $dE_{\text{int}}/(dT \cdot n)=(1/n) \cdot (dE_{\text{int}}/dT)=c_{v \text{ mol}}$ (4) Poi per ogni caso si prende l'equazione di E_{int} e si risolve Es.: caso monoatomico: $E_{\text{int}}=3/2 \cdot n \cdot R \cdot T \rightarrow dE_{\text{int}}/dT=3/2 \cdot n \cdot R$												
		Gas biatomico: $c_{v \text{ mol}}=5 \cdot R/2=20,8 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$														
		Gas poliatomico: $c_{v \text{ mol}}=6 \cdot R/2=24,1 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$														
Capacità termica molare di un gas a pressione costante (relazione di Meyer)	$c_{p \text{ mol}}$	$c_{p \text{ mol}}=c_{v \text{ mol}}+R$	$\text{J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$	Dimostrazione (I modo): Consideriamo due diverse trasformazioni A e B che da uno stesso stato iniziale a T_0 portano a stati finali $f_1 \ f_2$ che hanno $T_A=T_B=T_0+\Delta T \rightarrow \Delta E_{\text{int A}}=\Delta E_{\text{int B}}$. Queste sono le trasformazioni dette A: $v=\text{costante} \rightarrow w_A=0 \quad Q_A=n \cdot c_{v \text{ mol}} \cdot \Delta T \quad \Delta E_{\text{int A}}=Q_A-w_A$ B: $p=\text{costante}$ $\rightarrow w_B=p \cdot \Delta v \quad Q_B=n \cdot c_{p \text{ mol}} \cdot \Delta T \quad \Delta E_{\text{int B}}=Q_B-w_B$ Quindi: (1) $\Delta E_{\text{int A}}=\Delta E_{\text{int B}} \leftrightarrow n \cdot c_{v \text{ mol}} \cdot \Delta T=n \cdot c_{p \text{ mol}} \cdot \Delta T-p \cdot \Delta v$ (2) considerando che $p \cdot \Delta v=n \cdot R \cdot \Delta T$ si ottiene la relazione di Meyer Dimostrazione (II modo): (1) $dE_{\text{int}}=\delta Q-\delta w$ (I principio termodinamica) (2) $c_{v \text{ mol}}=(1/n) \cdot (dE_{\text{int}}/dT) \leftrightarrow c_{v \text{ mol}} \cdot n \cdot dT=dE_{\text{int}}$ (3) sostituendo (2) in (1) si ottiene: $c_{v \text{ mol}} \cdot n \cdot dT=\delta Q-\delta w$ (4) $p=\text{costante}$ $\rightarrow \delta Q=c_{p \text{ mol}} \cdot n \cdot dT \quad \delta w=p \cdot \Delta v$ (5) sostituendo (4) in (3) si ottiene la relazione di Meyer												
(4) Conduzione del calore																
Formula della conduzione	Q	$Q=k_T \cdot A \cdot \Delta t \cdot \Delta T/X$ $\leftrightarrow \delta Q=-k_T \cdot A \cdot dt \cdot dT/dX$	J	Il corpo di conduzione ha forma a parallelepipedo con misure $b \times h \times l$, e mette in comunicazione due fonti di calore A (a T_A) e B (a $T_B < T_A$), posizionate ai suoi estremi: Q =quantità di calore che attraversa il corpo conduttore A =area di contatto della lamina con le due fonti di calore= $b \cdot h$ Δt =tempo che impiega il calore a compiere uno spostamento di X X =lunghezza del cubo= l $\Delta T=T_A-T_B$ k_T=coefficiente di conducibilità termica k_T è abbellato e varia in base al materiale												
Formula di irraggiamento	Q	$Q=\varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^2 \cdot \Delta T$	J	ε =coefficiente di assorbimento (in generale $\varepsilon < 1$, corpo nero $\rightarrow \varepsilon=1$) $\sigma=5,67051 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ A =superficie												
(5) Rendimento, Il principio della termodinamica, Entropia																
Rendimento (coefficiente di efficienza delle macchine termiche) (definizione generale)	η	$\eta= w / Q_A = 1-(Q_C / Q_A)$	adim	Q_A =totale calore assorbito dalla macchina in 1 ciclo Q_C =totale calore ceduto dalla macchina in 1 ciclo $ Q_{\text{tot}} = Q_A - Q_C $ =calore totale netto guadagnato dalla macchina in 1 ciclo w =lavoro svolto dalla macchina in 1 ciclo I principio della termodinamica (per il ciclo) $\rightarrow w= Q_{\text{tot}} $ NB: in una macchina termica ideale $\eta=1$												
Caso particolare di rendimento: rendimento del ciclo di Carnot reversibile	η_{carnot}	$\eta_{\text{carnot}}=1-(T_{\text{min}}/T_{\text{max}})$	adim	T_{max} =temperatura massima raggiunta nel ciclo T_{min} =temperatura minima raggiunta nel ciclo Vedi dimostrazione nella teoria												
Coefficiente di efficienza delle macchine frigorifere	k	$k= Q_A / w = Q_A /(Q_C - Q_A)$	adim	Q_C =totale calore uscente (ceduto) dalla macchina =totale calore fatto assorbire in 1 ciclo dal sistema che deve assorbire calore Q_A =calore assorbito dalla macchina =totale calore sottratto in 1 ciclo dall'ambiente che si vuole raffreddare $ Q_{\text{tot}} = Q_C - Q_A $ =calore totale netto guadagnato dalla macchina in 1 ciclo w =lavoro assorbito dalla macchina in 1 ciclo per poter assorbire Q_C I principio della termodinamica (per il ciclo) $\rightarrow w= Q_{\text{tot}} $ NB: in una macchina frigorifera ideale $k=\infty$, cioè $w=0$												
II principio della termodinamica (enunciato di Kelvin-Plank)	teorema	In qualsiasi macchina termica reale $\eta < 1$		Nella realtà è sempre impossibile costruire una macchina termica con $\eta=1$, cioè è impossibile costruire una macchina termica ideale												
II principio della termodinamica (enunciato di Clausius)	teorema	In qualsiasi macchina frigorifera reale $k \neq \infty$		Nella realtà è sempre impossibile costruire una macchina frigorifera con, $k=\infty$, cioè è impossibile costruire una macchina frigorifera ideale Vedi teoria per dimostrazione che gli enunciati sono equivalenti												
Entropia	dS	$dS=\delta Q/T$	J/K	δQ è un differenziale esatto se e solo se il punto di inizio della trasformazione è uguale al punto finale (cioè nei cicli).												
Entropia nei cicli reversibili	ΔS	$\Delta S=S_0-S_f=\int_0^f dS = \int_0^f \delta Q/T$	J/K	La formula vale solo per i cicli reversibili. 0 e f sono punti appartenenti al ciclo (non necessariamente i punti iniziali e finali di tutto il ciclo)												
II principio della termodinamica (enunciato più generale tenendo conto dell'entropia)	teorema	In qualsiasi trasformazione termodinamica che evolva fra due stati di equilibrio si ha che $\Delta S_{\text{universo}} \geq 0$ Dove: $\Delta S_{\text{univ}}=0 \leftrightarrow \text{trasf. reversibile}$ $\Delta S_{\text{univ}} > 0 \leftrightarrow \text{trasf. irreversibile}$		Da notare che per 1 singola trasformazione termodinamica (che avviene nel sistema considerato): $\Delta S_{\text{universo}}=\Delta S_{\text{sistema}}+\Delta S_{\text{ambiente}}$ Per i cicli si ha quindi che: <table><tr><td>Ciclo...</td><td>$\Delta S_{\text{sistema}}$</td><td>$\Delta S_{\text{ambiente}}$</td><td>$\Delta S_{\text{universo}}$</td></tr><tr><td>reversibile</td><td>= 0</td><td>= 0</td><td>= 0</td></tr><tr><td>irreversibile</td><td></td><td>> 0</td><td>> 0</td></tr></table>	Ciclo...	$\Delta S_{\text{sistema}}$	$\Delta S_{\text{ambiente}}$	$\Delta S_{\text{universo}}$	reversibile	= 0	= 0	= 0	irreversibile		> 0	> 0
Ciclo...	$\Delta S_{\text{sistema}}$	$\Delta S_{\text{ambiente}}$	$\Delta S_{\text{universo}}$													
reversibile	= 0	= 0	= 0													
irreversibile		> 0	> 0													
III principio della termodinamica	teorema	E' impossibile raggiungere lo zero assoluto con un numero finito di trasformazioni		Entropia=grado di disordine di un sistema Il disordine di un sistema isolato non può diminuire. Quando un sistema isolato raggiunge la massima entropia ha raggiunto una condizione di equilibrio: non può più subire trasformazioni												
III principio della termodinamica (enunciato di Nerst-Simon)	teorema	Per una trasformazione reversibile, se $T[\text{K}] \rightarrow 0$, allora $\Delta S \rightarrow 0$		Per $T[\text{K}] \rightarrow 0$ diventa sempre più diffide sottrarre calore a un corpo: con un numero finito di processi di sottrazione di calore non è possibile raggiungere $T=0\text{K}$												

ELEMENTI TEORICI		
(1) Introduzione		
L'UNIVERSO TERMODINAMICO	Sistema termodinamico = insieme di uno o più corpi (di composizione nota) che si trovano in una regione dello spazio limitata da superfici	Ambiente = tutto ciò che non è nel sistema termodinamico

	reali o ideali																															
	Universo termodinamico = sistema termodinamico + ambiente																															
TIPOLOGIE DI DESCRIZIONE	(1) <u>descrizione microscopica</u> : studio delle forze su ogni particella, note velocità e momento (2) <u>descrizione statistica</u> : si determinano i valori medi delle quantità microscopiche (3) <u>descrizione macroscopica</u> : descrizione attraverso grandezze che caratterizzano lo stato del sistema nel suo complesso (pressione, volume, temperatura,...) Una certa situazione macroscopica è tale poiché microscopicamente avvengono certi comportamenti (cioè descrizione macroscopica e microscopica sono direttamente collegate). Esempi fondamentali: - la pressione è generata dagli urti degli atomi/molecole contro le pareti del contenitore , ed è tanto più alta quanto più elevato il numero di urti nell'unità di tempo - la temperatura è generata dall'energia cinetica media traslazionale degli atomi/molecole , ed è tanto più elevata quanto maggiori sono i movimenti nell'unità di tempo - il volume macroscopico è il volume occupato dagli atomi/molecole																															
COORDINATE (O VARIABILI) TERMODINAMICHE	= grandezze fisiche macroscopiche osservabili e misurabili Possono essere di 2 tipi: (1) Intensive : hanno carattere <u>locale</u> e indipendente dalla quantità di materia del sistema osservato (es.: pressione) (2) Estensive : hanno carattere <u>globale</u> e dipendente dalla quantità di materia del sistema osservato (es.: volume)																															
REGOLA DELLE FASI DI GIBBS	$N = C + 2 - F$ N = Numero di coordinate indipendenti necessarie per descrivere univocamente il sistema C = Numero di specie chimiche presenti nel sistema F = Numero di fasi																															
SISTEMI IDROSTATICI	= sistemi in cui $N = 2$ Sono quindi sistemi costituiti da una sola specie chimica (cioè da un solo tipo di atomo o molecola) e presenti in una sola fase. Le <u>coordinate termodinamiche fondamentali</u> sono: (1) Pressione (p [Pa o atm]) (2) Temperatura (T [K o °C o °F]) (3) Volume (v [m³]) Tra queste 3 coordinate solo 2, appunto, sono indipendenti: quella che rimane fuori si ricava in funzione delle 2 indipendenti																															
IL PIANO DI CLAPEYRON	= grafico bidimensionale siffatto: asse x→volume (v), asse y→pressione (p) E' il grafico che permette di rappresentare un sistema idrostatico																															
EQUILIBRIO TERMODINAMICO	= è lo stato termodinamico del sistema che ha le caratteristiche di essere stazionario e ogni coordinata termodinamica ha lo stesso valore in tutto il sistema Equazione di stato = relazione funzionale fra le variabili di stato che vale in condizioni di equilibrio termodinamico																															
TIPI DI SISTEMA	(a) Sistema aperto = sistema che <u>può scambiare sia energia che materia</u> con l'ambiente (b) Sistema chiuso = sistema che <u>può scambiare solo energia</u> (non materia) con l'ambiente (ciò si ottiene con pareti diatermiche = pareti che permettono interazioni termiche, ma non meccaniche o chimiche, con l'esterno) (c) Sistema isolato = sistema che <u>non può scambiare né energia né materia</u> con l'ambiente (ciò si ottiene con pareti adiabatiche = pareti che non permettono interazioni di nessun genere con l'esterno, termiche, meccaniche o chimiche che siano)																															
SISTEMI TERMODINAMICI A CONTATTO	Se si mettono a contatto fra loro due sistemi termodinamici che si trovano a diversi stati termodinamici avviene il seguente processo: (1) si mettono in contatto i 2 sistemi (2) gli stati termodinamici dei entrambi i sistemi avviano un processo di mutazione macroscopica (avvengono cioè trasformazioni termodinamiche = modificazione degli stati termodinamici macroscopici di sistemi a contatto) (3) Dopo un tot. di tempo si ottiene una condizione di equilibrio (detto equilibrio termico), condizione alla quale i sistemi si stabilizzano, cioè non avvengono più trasformazioni termodinamiche. <u>In questa condizione i due sistemi hanno la stessa temperatura</u> (vedi dopo definizione di "temperatura")																															
PRINCIPIO 0 DELLA TERMODINAMICA	<u>Due sistemi in equilibrio termico con un terzo sono in equilibrio termico fra loro</u>																															
DEFINIZIONE E MISURAZIONE DELLA TEMPERATURA	Temperatura (T) = <u>grandezza fisica che è uguale per due sistemi se e solo se essi sono in equilibrio termico fra loro</u> La temperatura è <u>uno scalare</u> (eccezione alla regola della lettera maiuscola) Per la misurazione della T si utilizza un sistema campione detto termometro: Termometro = sistema che subisce variazioni significative e misurabili di una sua proprietà se posto in contatto termico con sistemi a diversa T Alla base del termometro c'è una sostanza termometrica: Sostanza termometrica = sostanza che possiede una proprietà termometrica Proprietà termometrica = proprietà fisica (es.: pressione, volume) che dipende in modo semplice e proporzionale da T <table><tr><td>Tipo di termometro</td><td>Fenomeno che viene provocato dalla variazione di T</td><td>Proprietà termometrica</td></tr><tr><td>A liquido (es.: Hg)</td><td>Dilatazione/restrizione del liquido</td><td>Volume del liquido</td></tr><tr><td>A resistenza</td><td>Variazione della resistenza elettrica di un conduttore</td><td>Resistenza elettrica</td></tr><tr><td>A gas a volume costante</td><td>Abbassamento/aumento di pressione</td><td>Pressione</td></tr><tr><td>A termocoppia</td><td>Compare una certa forza elettromotrice in un circuito formato da due fili diversi, con una 2 giunzioni: una a una T di riferimento (costante) e l'altra alla T variabile</td><td>Forza elettromotrice</td></tr></table> In generale vale che $T=f(x)$, dove x=valore della <u>proprietà termometrica</u> . Nel caso più semplice $T=a \cdot x + b$ Bisogna quindi tarare la scala: nel caso $T=a \cdot x + b$ bisogna fissare due punti fissi a e b (cioè le costanti) <table><tr><td>Scala</td><td>$T=F(x)$</td><td>Proprietà della scala</td><td>Fattori di conversione con scala Celsius</td></tr><tr><td>Celsius</td><td>$T=a \cdot x + b$</td><td>$T=0 \leftrightarrow$ punto di fusione del ghiaccio a p atm</td><td>/</td></tr><tr><td>Fahrenheit</td><td>$T=a \cdot x + b$</td><td>$T=0 \leftrightarrow$ punto di congelamento di una miscela di ghiaccio e sale</td><td>$T[^\circ F] = (T[^\circ C] \cdot 9/5) + 32$ $\Delta T[^\circ F] = T[^\circ C] \cdot 9/5$</td></tr><tr><td>Kelvin</td><td>$T=a \cdot x$</td><td>$T=273,15 \leftrightarrow$ punto triplo dell'H₂O (si ha a 0,01°C e a 611 Pa)</td><td>$T[^\circ C] = T[K] - 273,15$ $\Delta T[K] = T[^\circ C]$</td></tr></table> Come si può notare, il Kelvin è l'unica scala assoluta , per questo è stata assunta come scala di T del SI L'esempio fondamentale è che nel termometro a gas a volume costante (il migliore fra tutti poiché le differenze della misura della T di uno stesso sistema al variare della sostanza termometrica sono molto basse) si può utilizzare il solo punto di calibrazione del punto triplo, e allora T si calcola così: $T = \lim_{p_{tr} \rightarrow 0} (273,15 \cdot p/p_{tr})$ dove p_{tr} =pressione del gas al punto triplo e p=pressione del gas rilevata	Tipo di termometro	Fenomeno che viene provocato dalla variazione di T	Proprietà termometrica	A liquido (es.: Hg)	Dilatazione/restrizione del liquido	Volume del liquido	A resistenza	Variazione della resistenza elettrica di un conduttore	Resistenza elettrica	A gas a volume costante	Abbassamento/aumento di pressione	Pressione	A termocoppia	Compare una certa forza elettromotrice in un circuito formato da due fili diversi, con una 2 giunzioni: una a una T di riferimento (costante) e l'altra alla T variabile	Forza elettromotrice	Scala	$T=F(x)$	Proprietà della scala	Fattori di conversione con scala Celsius	Celsius	$T=a \cdot x + b$	$T=0 \leftrightarrow$ punto di fusione del ghiaccio a p atm	/	Fahrenheit	$T=a \cdot x + b$	$T=0 \leftrightarrow$ punto di congelamento di una miscela di ghiaccio e sale	$T[^\circ F] = (T[^\circ C] \cdot 9/5) + 32$ $\Delta T[^\circ F] = T[^\circ C] \cdot 9/5$	Kelvin	$T=a \cdot x$	$T=273,15 \leftrightarrow$ punto triplo dell'H ₂ O (si ha a 0,01°C e a 611 Pa)	$T[^\circ C] = T[K] - 273,15$ $\Delta T[K] = T[^\circ C]$
Tipo di termometro	Fenomeno che viene provocato dalla variazione di T	Proprietà termometrica																														
A liquido (es.: Hg)	Dilatazione/restrizione del liquido	Volume del liquido																														
A resistenza	Variazione della resistenza elettrica di un conduttore	Resistenza elettrica																														
A gas a volume costante	Abbassamento/aumento di pressione	Pressione																														
A termocoppia	Compare una certa forza elettromotrice in un circuito formato da due fili diversi, con una 2 giunzioni: una a una T di riferimento (costante) e l'altra alla T variabile	Forza elettromotrice																														
Scala	$T=F(x)$	Proprietà della scala	Fattori di conversione con scala Celsius																													
Celsius	$T=a \cdot x + b$	$T=0 \leftrightarrow$ punto di fusione del ghiaccio a p atm	/																													
Fahrenheit	$T=a \cdot x + b$	$T=0 \leftrightarrow$ punto di congelamento di una miscela di ghiaccio e sale	$T[^\circ F] = (T[^\circ C] \cdot 9/5) + 32$ $\Delta T[^\circ F] = T[^\circ C] \cdot 9/5$																													
Kelvin	$T=a \cdot x$	$T=273,15 \leftrightarrow$ punto triplo dell'H ₂ O (si ha a 0,01°C e a 611 Pa)	$T[^\circ C] = T[K] - 273,15$ $\Delta T[K] = T[^\circ C]$																													
TIPI DI TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE	<table><tr><td>Trasformazione</td><td>Descrizione</td><td>Sul p. di Clapeyron...</td></tr><tr><td>Irreversibile</td><td>Trasformazione che non può essere rifatta al contrario, cioè non è possibile eseguire il processo di trasformazione inverso per riportare</td><td>non si possono rappresentare (si possono solamente</td></tr></table>	Trasformazione	Descrizione	Sul p. di Clapeyron...	Irreversibile	Trasformazione che non può essere rifatta al contrario, cioè non è possibile eseguire il processo di trasformazione inverso per riportare	non si possono rappresentare (si possono solamente																									
Trasformazione	Descrizione	Sul p. di Clapeyron...																														
Irreversibile	Trasformazione che non può essere rifatta al contrario, cioè non è possibile eseguire il processo di trasformazione inverso per riportare	non si possono rappresentare (si possono solamente																														

		lo stato di sistema e ambiente a come erano prima di raggiungere l'equilibrio. Tutti processi reali sono in parte irreversibili. Anche se non è possibile conoscere lo stato del sistema durante la trasformazione è possibile conoscere come variano le variabili di stato: ciò si fa scegliendo un qualsiasi percorso reversibile che colleghi gli stati iniziali e finali della trasformazione	rappresentare due punti in corrispondenza dello stato iniziale e finale del sistema)
	Reversibile	Trasformazione che può essere rifatta al contrario, cioè è possibile eseguire il processo di trasformazione inverso per riottenere sia il sistema che l'ambiente come erano all'inizio del processo. E' una trasformazione solo ideale , e per ottenerla devono essere rispettate due condizioni: (1) <u>la trasformazione deve essere quasi statica</u> : in ogni istante della trasformazione il sistema è molto vicino a stati di equilibrio, con variazioni infinitesime delle grandezze termodinamiche (2) <u>non devono agire forze dissipative</u> (es.: attriti)	si possono sempre interamente rappresentare (sotto forma di linea retta o curva continua)
PARTICOLARI TRASFORMAZIONI REVERSIBILI	<i>Nome trasformazione reversibile</i>		<i>Caratteristica</i>
	isocora		Il volume è costante
	isobara		La pressione è costante
	isoterma		La temperatura è costante
	adiabatica		Non ci sono scambi di calore (Q=0, e si dimostrerà anche che in questo caso vale $p \cdot V^\gamma = \text{costante}$)
CICLO	= trasformazione che riporta il sistema nello stato iniziale (nell'ambiente rimane traccia della trasformazione) Chiamando A=stato iniziale e B=stato finale , Ciclo ↔ A=B		
TERMOSTATO	= <u>serbatoio di calore</u> = sistema che può scambiare calore con altri sistemi ma senza mai variare la sua temperatura Un sistema che subisce una trasformazione quasi statica rimanendo a contatto con un termostato subisce una trasformazione isoterma		
(2) I gas			
GAS	= insieme di particelle (atomi o molecole) libere di muoversi in un contenitore di volume v e aventi globalmente temperatura T Allo stato gas, rispetto allo stato solido o liquido, le interazioni fra le particelle sono basse e il volume di ogni singola particella è molto piccolo in confronto a quello occupato nel complesso dal gas Inoltre da notare che: (a) <u>le particelle si muovono con movimenti totalmente casuali</u> (b) <u>muovendosi le particelle si toccano sia reciprocamente sia toccano le pareti del contenitore</u> (c) <u>i movimenti delle particelle rispondono alle leggi del moto di Newton</u>		
GAS IDEALE (O PERFETTO)	= modello astratto di gas avente le seguenti caratteristiche: (1) il numero di particelle è molto elevato→si suppone che ci sia un numero così elevato di urti che <u>la distribuzione delle velocità rimane invariata</u> (2) il volume proprio delle particelle è nullo→ <u>le particelle sono puntiformi</u> , quindi si conta solo il volume occupato microscopicamente del gas (3) sulle particelle <u>non ci sono forze</u> tranne quelle sviluppate con gli urti (4) gli urti sono perfettamente elastici e di durata trascurabile→ <u>l'energia cinetica rimane costante nel tempo</u>		
LEGGI DI AVOGADRO	(1) Una mole di qualsiasi sostanza contiene N_A molecole (2) Volumi uguali di gas diversi (alle stesse condizioni di T e p) contengono lo stesso numero di molecole (ovvero lo stesso numero di moli)		
CALCOLO CINETICO DELLA PRESSIONE	La pressione può essere espressa in funzione della densità del gas e della velocità media delle particelle Dimostrazione (1) Si consideri un recipiente cubico di lato L, con pareti perfettamente elastiche. Al suo interno c'è 1 sola particella di massa m che si muove con una velocità V (scomposta in V_x , V_y e V_z). Consideriamo il caso semplificato che $V_y=V_z=0$, cioè la particella si muove perfettamente lungo x. La particella ha quantità di moto $P_0 = m \cdot V_x$ (2) La particella si scontra con una delle pareti del cubo: la sua velocità cambia da V_x a $-V_x$ (cioè cambia solo il verso) La variazione del modulo della quantità di moto dovuta all'urto è: $\Delta P = P_f - P_0 = -m \cdot V_x - m \cdot V_x = -2 \cdot m \cdot V_x$ (3) dopo l'urto con questa parete, prima di raggiungere la parete // la particella impiega un tempo t^1 : $V = X/t^1 \rightarrow t^1 = X/V \leftrightarrow [X = L \text{ e } V = V_x] \leftrightarrow t^1 = L/V_x$ Quindi per raggiungere la stessa parete che ha appena lasciato impiega un tempo pari a $t=2 \cdot t^1=2 \cdot (L/V_x)$ (4) Sappiamo quindi ora calcolare la <u>forza d'impulso F esercitata dalla singola particella</u> sulla parete: $F = \Delta P/t = (-2 \cdot m \cdot V_x)/[2 \cdot (L/V_x)] = m \cdot V_x^2/L$ (5) La <u>pressione generata dalla particella</u> sulla parete del cubo di area L^2 è quindi: $p = F /A = (m \cdot V_x ^2/L)/L^2 = m \cdot V_x ^2/L^3$ Generalizzando, il gas è formato da N particelle (però consideriamo aventi tutte stessa massa m, quindi m=costante), perciò: (4-gen) $F_{\text{tot}} = F_{\text{particella A}} + F_{\text{particella B}} + \dots + F_n = \sum_i F_i = [\sum_i (m \cdot V_{xi}^2)]/L = m \cdot (\sum_i V_{xi}^2)/L$ (5-gen) $p_{\text{tot}} = m \cdot (\sum_i V_{xi} ^2)/L^3$ (6) La densità p del gas è, considerando che V è il volume del cubo e N è il numero di particelle di gas dentro i cubo: $\rho = m_{\text{tot}}/V = N \cdot m/L^3$ (7) Consideriamo che $(\sum_i V_{xi} ^2)/N=V_{x \text{ media}}^2$ (8) Mettendo a sistema (5-gen), (6) e (7) si ottiene che $p_{\text{tot}} = V_{x \text{ media}}^2 \cdot \rho$ (9) Per il passaggio finale consideriamo, per generalizzare il moto a tutte le dimensioni (non solo ad x) che: - il moto delle particelle è <u>casuale</u> → (a) $V_{x \text{ media}}^2 = V_{x \text{ media}}^2 + V_{y \text{ media}}^2 + V_{z \text{ media}}^2$ - il moto delle particelle è <u>isotopo</u> → (b) $V_{x \text{ media}}^2 = V_{y \text{ media}}^2 = V_{z \text{ media}}^2$ Mettendo a sistema (a) con (b) otteniamo che $V_{\text{media}}^2 = 3 \cdot V_{x \text{ media}}^2 \leftrightarrow V_{x \text{ media}}^2 = V_{\text{media}}^2/3$ (10) Sostituendo la (9) nella (8) si ottiene l'equazione finale: $p_{\text{tot}} = V_{\text{media}}^2 \cdot \rho/3 \leftrightarrow V_{\text{media}} = (3 \cdot p_{\text{tot}}/\rho)^{1/2}$		
INTERPRETAZIONE CINETICA DELLA TEMPERATURA	Dimostriamo ora l'importante concetto che l'energia cinetica traslazionale è direttamente proporzionale a T Dimostrazione (1) $p_{\text{tot}} = V_{\text{media}}^2 \cdot \rho/3 \leftrightarrow [\bullet v \text{ al I e al II membro}] \leftrightarrow p_{\text{tot}} \cdot v = V_{\text{media}}^2 \cdot \rho \cdot v/3$ (2) si sa che $\rho \cdot v = m_{\text{tot}}$, dove: (a) $m_{\text{tot}} = N \cdot m = n \cdot M$ N = numero di particelle dei gas, m = massa di 1 particella n = numero di moli di gas, M = massa di 1 mole di gas (massa molare) (3) Sostituendo la (2) alla (1) si ottiene che: $p_{\text{tot}} \cdot v = V_{\text{media}}^2 \cdot n \cdot M/3$ (4) L' <u>energia cinetica totale traslazionale K</u> del gas è (utilizzando la formula della meccanica): $K = m \cdot (\sum_i V_i ^2)/2 = m \cdot N \cdot V_{\text{media}}^2/2$ Sostituendo poi la (a) si ottiene che: $K = n \cdot M \cdot V_{\text{media}}^2/2$ (5) Mettendo a sistema la (3) e la (4) si ottiene che: $p_{\text{tot}} \cdot v = 2/3 \cdot K = 2/3 \cdot (n \cdot M \cdot V_{\text{media}}^2/2)$ (6) applicando l'equazione dei gas perfetti si ottiene che: $p_{\text{tot}} \cdot v = 2/3 \cdot (n \cdot M \cdot V_{\text{media}}^2/2) = n \cdot R \cdot T \leftrightarrow M \cdot V_{\text{media}}^2/2 = 3/2 \cdot R \cdot T$		

	Dove $M \cdot V_{\text{media}}^2/2 = K_M = \text{energia cinetica traslazionale media per 1 mole di gas}$																		
LIBERO CAMMINO MEDIO E FREQUENZA MEDIA DEGLI URTI	Si consideri un gas avente N particelle in un volume V. La sua densità particellare è quindi: $\rho_n = N/V$ E' definito libero cammino medio λ la lunghezza del percorso che una particella di diametro d compie senza urtare nessun altra particella (quindi è per definizione un dato medio). Tale dato dipende quindi dalla densità del gas (in quanto più ρ_n è piccolo, più λ sarà lungo in quanto ogni particella avrà più spazio libero per muoversi). Si calcola quindi così: $\lambda = 1/(2^{1/2} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho_n)$ La zona possibile di contatto fra la particella considerata e quelle circostanti è una zona cilindrica, con <u>area circolare</u> così: $A = 2 \cdot R \cdot \pi = 2 \cdot (2 \cdot d) \cdot \pi$ E <u>profondità</u> che equivale allo spazio percorso X = λ, che se è nota la velocità media (V_{media}) e il tempo medio che passa da un urto a quello successivo (t_{medio}) si calcola così $\lambda = V_{\text{media}} \cdot t_{\text{medio}}$ Che è un'espressione alternativa per λ Quindi la frequenza media degli urti f_{media} è: $f_{\text{media}} = 1/t_{\text{medio}} = V_{\text{media}}/\lambda$																		
ENERGIA CINETICA NEI GAS REALI	<table><tr><td></td><td><i>Particelle...</i></td><td><i>Tipi di energia cinetica possibile</i></td></tr><tr><td>Gas ideali</td><td>puntiformi</td><td>Solo traslazionale</td></tr><tr><td>Gas reali</td><td>con volume proprio</td><td>Traslazionale, rotazionale, vibrazionale</td></tr></table>		<i>Particelle...</i>	<i>Tipi di energia cinetica possibile</i>	Gas ideali	puntiformi	Solo traslazionale	Gas reali	con volume proprio	Traslazionale, rotazionale, vibrazionale									
	<i>Particelle...</i>	<i>Tipi di energia cinetica possibile</i>																	
Gas ideali	puntiformi	Solo traslazionale																	
Gas reali	con volume proprio	Traslazionale, rotazionale, vibrazionale																	
TEOREMA DELL'EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA	Premessa: <u>grado di libertà</u> di un sistema = numero delle forme indipendenti sotto la quale si presenta l'energia di quel sistema Esempi: (1) energia solo traslazionale $\rightarrow E_{\text{tot tr}} = E_{\text{tr x}} + E_{\text{tr y}} + E_{\text{tr z}} = m \cdot V_x^2/2 + m \cdot V_y^2/2 + m \cdot V_z^2/2 \rightarrow 3$ gradi di libertà (2) energia anche rotazionale $\rightarrow E_{\text{tot}} = E_{\text{tot tr}} + E_{\text{rot x}} + E_{\text{rot z}} = E_{\text{tot tr}} + I_x \cdot \omega_x^2/2 + I_z \cdot \omega_z^2/2 \rightarrow 5$ gradi di libertà Teorema dell'equipartizione dell'energia: Statisticamente si è rilevato che ogni grado di libertà ha la stessa quantità di energia media $E = k_B T/2$ Quindi: si sa che un gas con 3 gradi di libertà ha $E_{\text{int 3g}} = 3/2 \cdot n \cdot R \cdot T$ (calcolata prima come energia cinetica) $\rightarrow$ a 1 grado di libertà corrisponde $E_{\text{int 3g}}/3 = 1/2 \cdot n \cdot R \cdot T = E_{\text{int 1g}}$ Quindi nel complesso si ottiene che: <table><tr><td><i>Tipo di gas IDEALE</i></td><td><i>Tipi di E cinetica possibili</i></td><td><i>Gradi di libertà</i></td><td><i>E_{int}</i></td></tr><tr><td>A molecole monoatomiche</td><td>Solo traslazionale</td><td>3</td><td>$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 3 = 3/2 \cdot n \cdot R \cdot T$</td></tr><tr><td>A molecole biatomiche</td><td>Traslazionale e rotazionale</td><td>5</td><td>$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 5 = 5/2 \cdot n \cdot R \cdot T$</td></tr><tr><td>A molecole poliatomiche</td><td>Traslazionale, rotazionale e vibrazionale</td><td>6</td><td>$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 6 = 6/2 \cdot n \cdot R \cdot T = 3 \cdot n \cdot R \cdot T$</td></tr></table>			<i>Tipo di gas IDEALE</i>	<i>Tipi di E cinetica possibili</i>	<i>Gradi di libertà</i>	<i>E_{int}</i>	A molecole monoatomiche	Solo traslazionale	3	$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 3 = 3/2 \cdot n \cdot R \cdot T$	A molecole biatomiche	Traslazionale e rotazionale	5	$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 5 = 5/2 \cdot n \cdot R \cdot T$	A molecole poliatomiche	Traslazionale, rotazionale e vibrazionale	6	$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 6 = 6/2 \cdot n \cdot R \cdot T = 3 \cdot n \cdot R \cdot T$
<i>Tipo di gas IDEALE</i>	<i>Tipi di E cinetica possibili</i>	<i>Gradi di libertà</i>	<i>E_{int}</i>																
A molecole monoatomiche	Solo traslazionale	3	$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 3 = 3/2 \cdot n \cdot R \cdot T$																
A molecole biatomiche	Traslazionale e rotazionale	5	$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 5 = 5/2 \cdot n \cdot R \cdot T$																
A molecole poliatomiche	Traslazionale, rotazionale e vibrazionale	6	$E_{\text{int}} = E_{\text{int 1g}} \cdot 6 = 6/2 \cdot n \cdot R \cdot T = 3 \cdot n \cdot R \cdot T$																
(3) Calore, Lavoro termodinamico e I principio della termodinamica																			
CALORE	= Q = ENERGIA scambiata fra il sistema e l'ambiente a causa della loro diversa temperatura Ovviamente lo scambio di calore è possibile solo nei sistemi non isolati. Ponendo: T_{sist} = temperatura del sistema esaminato, T_{est} = temperatura del sistema esterno a contatto col sistema esaminato per convenzione si assume il segno di Q così: T_{sist} < T_{est} $\leftrightarrow$ Q>0 $\leftrightarrow$ il calore viene <u>assorbito</u> dal sistema $\leftrightarrow$ <u>aumenta l'energia interna</u> del sistema T_{sist} > T_{est} $\leftrightarrow$ Q<0 $\leftrightarrow$ il calore viene <u>ceduto</u> dal sistema $\leftrightarrow$ <u>diminuisce l'energia interna</u> del sistema T_{sist} = T_{est} = T_{equilibrio} $\leftrightarrow$ Q=0 $\leftrightarrow$ il sistema è in equilibrio termico, quindi non c'è cambiamento di energia interna Il calore, essendo una energia, ha il Joule [J] come unità di misura SI. Esistono anche i seguenti sottomultipli però: caloria [cal] $\rightarrow$ 1 cal = 4,186 J = calore necessario per portare un 1 g di acqua da 14,5 a 15,5 °C Kilocaloria [Kcal=Cal] $\rightarrow$ 1Kca = 1000 cal = 4186 J																		
CASI PARTICOLARI DI CALCOLO DEL LAVORO TERMODIANMICO	La formula di riferimento è quella generale espressa nel formulario come “definizione termodinamica di lavoro”: $w = \int_{v_0}^{v_f} p \cdot dv$ <table><tr><td><i>Casi particolari</i></td><td><i>Esempi reali</i></td><td><i>Calcolo del lavoro</i></td></tr><tr><td>p≈0</td><td>Espansione libera nel vuoto</td><td>w = 0</td></tr><tr><td>p = costante</td><td>La p è la pressione atmosferica (p_{atm})</td><td>w = p • $\int_{v_0}^{v_f} dv$ = p • (v_f - v₀)</td></tr><tr><td>p≈p_{gas}</td><td>Trasformazione quasi statica</td><td>w = $\int_{v_0}^{v_f} p_{\text{gas}} \cdot dv$ dove p_{gas}=pressione del gas</td></tr></table>			<i>Casi particolari</i>	<i>Esempi reali</i>	<i>Calcolo del lavoro</i>	p≈0	Espansione libera nel vuoto	w = 0	p = costante	La p è la pressione atmosferica (p _{atm})	w = p • $\int_{v_0}^{v_f} dv$ = p • (v_f - v₀)	p≈p_{gas}	Trasformazione quasi statica	w = $\int_{v_0}^{v_f} p_{\text{gas}} \cdot dv$ dove p_{gas}=pressione del gas				
<i>Casi particolari</i>	<i>Esempi reali</i>	<i>Calcolo del lavoro</i>																	
p≈0	Espansione libera nel vuoto	w = 0																	
p = costante	La p è la pressione atmosferica (p _{atm})	w = p • $\int_{v_0}^{v_f} dv$ = p • (v_f - v₀)																	
p≈p_{gas}	Trasformazione quasi statica	w = $\int_{v_0}^{v_f} p_{\text{gas}} \cdot dv$ dove p_{gas}=pressione del gas																	
CALCOLO DEL LAVORO TERMODIANAMICO DEI GAS IDEALI IN TRASFORMAZIONI REVERSIBILI	La formula di riferimento è sempre quella generale espressa nel formulario come “definizione termodinamica di lavoro”: $w = \int_{v_0}^{v_f} p \cdot dv$ <table><tr><td><i>Tras. Reversibile</i></td><td><i>Calcolo del lavoro</i></td></tr><tr><td>isocora</td><td>w = 0</td></tr><tr><td>isobara</td><td>w = p • $\int_{v_0}^{v_f} dv$ = p • (v_f - v₀) = p • Δv</td></tr><tr><td>isoterma</td><td>[p • v = n • R • T] $\rightarrow w = \int_{v_0}^{v_f} (n \cdot R \cdot T/v) \cdot dv = n \cdot R \cdot T \cdot \int_{v_0}^{v_f} (1/v) \cdot dv = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_f/v_0) = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(p_0/p_f)$</td></tr><tr><td>adiabatica</td><td>w = $\int_{v_0}^{v_f} p_0 \cdot (v_0/v)^\gamma \cdot dv = p_0 \cdot v_0^\gamma \cdot \int_{v_0}^{v_f} (v/v_0)^\gamma \cdot dv = p_0 \cdot v_0^\gamma \cdot [v^{-\gamma+1}/(-\gamma+1)]_{v_0}^{v_f} = [p_0 \cdot v_0^\gamma / (1-\gamma)] \cdot (v_f^{1-\gamma} - v_0^{1-\gamma})$ p₀ • v₀^γ = p_f • v_f^γ $\rightarrow w = [1/(1-\gamma)] \cdot [(p_0 \cdot v_0) - (p_f \cdot v_f)]$</td></tr></table>			<i>Tras. Reversibile</i>	<i>Calcolo del lavoro</i>	isocora	w = 0	isobara	w = p • $\int_{v_0}^{v_f} dv$ = p • (v_f - v₀) = p • Δv	isoterma	[p • v = n • R • T] $\rightarrow w = \int_{v_0}^{v_f} (n \cdot R \cdot T/v) \cdot dv = n \cdot R \cdot T \cdot \int_{v_0}^{v_f} (1/v) \cdot dv = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_f/v_0) = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(p_0/p_f)$	adiabatica	w = $\int_{v_0}^{v_f} p_0 \cdot (v_0/v)^\gamma \cdot dv = p_0 \cdot v_0^\gamma \cdot \int_{v_0}^{v_f} (v/v_0)^\gamma \cdot dv = p_0 \cdot v_0^\gamma \cdot [v^{-\gamma+1}/(-\gamma+1)]_{v_0}^{v_f} = [p_0 \cdot v_0^\gamma / (1-\gamma)] \cdot (v_f^{1-\gamma} - v_0^{1-\gamma})$ p₀ • v₀^γ = p_f • v_f^γ $\rightarrow w = [1/(1-\gamma)] \cdot [(p_0 \cdot v_0) - (p_f \cdot v_f)]$						
<i>Tras. Reversibile</i>	<i>Calcolo del lavoro</i>																		
isocora	w = 0																		
isobara	w = p • $\int_{v_0}^{v_f} dv$ = p • (v_f - v₀) = p • Δv																		
isoterma	[p • v = n • R • T] $\rightarrow w = \int_{v_0}^{v_f} (n \cdot R \cdot T/v) \cdot dv = n \cdot R \cdot T \cdot \int_{v_0}^{v_f} (1/v) \cdot dv = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_f/v_0) = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(p_0/p_f)$																		
adiabatica	w = $\int_{v_0}^{v_f} p_0 \cdot (v_0/v)^\gamma \cdot dv = p_0 \cdot v_0^\gamma \cdot \int_{v_0}^{v_f} (v/v_0)^\gamma \cdot dv = p_0 \cdot v_0^\gamma \cdot [v^{-\gamma+1}/(-\gamma+1)]_{v_0}^{v_f} = [p_0 \cdot v_0^\gamma / (1-\gamma)] \cdot (v_f^{1-\gamma} - v_0^{1-\gamma})$ p₀ • v₀^γ = p_f • v_f^γ $\rightarrow w = [1/(1-\gamma)] \cdot [(p_0 \cdot v_0) - (p_f \cdot v_f)]$																		
I PRINCIPIO DELLA TERMODIANMICA NELLE TRASFORMAZIONI REVERSIBILI	<table><tr><td><i>Tras. Reversibile</i></td><td><i>I principio della termodinamica</i></td></tr><tr><td>isocora</td><td>Q = n • c_{v mol} • ΔT w = 0 $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = n \cdot c_{v \text{ mol}} \cdot \Delta T$</td></tr><tr><td>isobara</td><td>Q = n • c_{p mol} • ΔT w = p • Δv $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = n \cdot c_{p \text{ mol}} \cdot \Delta T - p \cdot \Delta v$</td></tr><tr><td>isoterma</td><td>ΔE_{int} = 0 $\rightarrow Q - w = 0 \leftrightarrow Q = w$</td></tr><tr><td>adiabatica</td><td>Q = 0 $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = -w$</td></tr></table> NB. Per un ciclo vale sempre nel complesso che ΔE_{int} = 0 $\rightarrow Q = w$			<i>Tras. Reversibile</i>	<i>I principio della termodinamica</i>	isocora	Q = n • c_{v mol} • ΔT w = 0 $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = n \cdot c_{v \text{ mol}} \cdot \Delta T$	isobara	Q = n • c_{p mol} • ΔT w = p • Δv $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = n \cdot c_{p \text{ mol}} \cdot \Delta T - p \cdot \Delta v$	isoterma	ΔE_{int} = 0 $\rightarrow Q - w = 0 \leftrightarrow Q = w$	adiabatica	Q = 0 $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = -w$						
<i>Tras. Reversibile</i>	<i>I principio della termodinamica</i>																		
isocora	Q = n • c_{v mol} • ΔT w = 0 $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = n \cdot c_{v \text{ mol}} \cdot \Delta T$																		
isobara	Q = n • c_{p mol} • ΔT w = p • Δv $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = n \cdot c_{p \text{ mol}} \cdot \Delta T - p \cdot \Delta v$																		
isoterma	ΔE_{int} = 0 $\rightarrow Q - w = 0 \leftrightarrow Q = w$																		
adiabatica	Q = 0 $\rightarrow \Delta E_{\text{int}} = -w$																		
IN UN PROCESSO ADIABATICO p • V ^γ = COSTANTE	Dimostrazione (1) processo adiabatico: per definizione Q = 0 (2) per il I principio della termodinamica (in forma differenziale): dE_{int} = -δw (3) dE_{int} = c_{v mol} • n • dT (vedi formulario) e δw = p • dv $\rightarrow -c_{v \text{ mol}} \cdot n \cdot dT = p \cdot dv$ (4) p • dv = d(p • v) $\leftrightarrow [p \cdot v = n \cdot R \cdot T] \leftrightarrow d(p \cdot v) = d(n \cdot R \cdot T) = n \cdot R \cdot dT$ (5) vale anche che, per la regola matematica della derivata di una funzione prodotto: d(p • v) = v • dp + p • dv (6) mettendo a sistema (3), (4) e (5) $\rightarrow v \cdot dp - c_{v \text{ mol}} \cdot n \cdot dT = n \cdot R \cdot dT \leftrightarrow v \cdot dp = n \cdot dT \cdot (R + c_{v \text{ mol}})$ (7) applicando la relazione di Meyer $\rightarrow v \cdot dp = n \cdot dT \cdot c_{p \text{ mol}}$ (8) dividendo dx e sx per p • dv (= -c_{v mol} • n • dT) $\rightarrow (v \cdot dp)/(p \cdot dv) = (n \cdot dT \cdot c_{p \text{ mol}})/(-c_{v \text{ mol}} \cdot n \cdot dT) \leftrightarrow (v \cdot dp)/(p \cdot dv) = c_{p \text{ mol}}/-c_{v \text{ mol}}$ (9) poniamo c_{p mol}/ -c_{v mol} = -γ (10) si ottiene che $\rightarrow (v \cdot dp)/(p \cdot dv) = -\gamma \leftrightarrow dp/p = -\gamma \cdot dv/v$ (11) si integra a dx e a sx $\rightarrow \int_{p_0}^{p_f} (dp/p) = -\gamma \cdot \int_{v_0}^{v_f} (dv/v) \leftrightarrow \ln(p_0/p_f) = -\gamma \ln(v_0/v_f) \leftrightarrow p_0 \cdot v_0^\gamma = p_f \cdot v_f^\gamma$ (12) si è quindi dimostrato che: p • v^γ = costante																		
PROBLEMI SULLO SCAMBIO DI CALORE	Sono dati i sistemi A e B coi seguenti dati: T_{0A}, T_{0B}, m_A, m_B, stato chimico sistema A, stato chimico sistema B (ovviamente tutte le costanti, come c, si ricavano dalle tabelle) Questi due sistemi sono messi in contatto. Le incognite possono essere 2: - la temperatura di equilibrio T_e = T_{fA} = T_{fB} - la quantità di massa m_x della massa totale iniziale (m_A o m_B) che esegue la transizione di fase Questi problemi si risolvono sempre in ugual modo: (1) si impostano le equazioni della quantità di calore Q_A e Q_B componendo l'equazione con passaggi logici sequenziali del tipo																		

	variazione di temperatura-passaggio di stato-variazione di temperatura-.... Il risultato matematico è quindi: $Q_A = \sum_i Q_{AAT\ i} + \sum_i Q_{A\ fase\ i}$ $Q_B = \sum_i Q_{BAT\ i} + \sum_i Q_{B\ fase\ i}$ Bisogna anche tener conto che, mentre il segno di Q_{AT} compare in automatico inserendo le temperature iniziali e finali col loro segno, il segno di Q_{fase} va posto considerando se la transizione di fase cede (-) o assorbe (+) calore. Ovviamente se l'incognita è T_c vuol dire che le masse sono note, mentre se l'incognita è m_x ad essere nota è T_c (queste sono considerazioni che emergono dal testo dell'esercizio, e ipotizzare dei casi fissi non è possibile oltre ciò che si è detto) (vedi formulario per definizioni di Q_{AT} e Q_{fase}) (2) considerando sistema complessivo = sistema A + sistema B, il sistema complessivo non riceve né cede calore con l'esterno, quindi si risolve il sistema ponendo $Q_A + Q_B = 0$ (ipotesi valida in qualunque caso)		
(4) La conduzione del calore			
TIPI DI CONDUZIONE DEL CALORE	Tipologie di scambi di calore	Spiegazione	
	Conduzione	Lo scambio per conduzione avviene senza spostamento macroscopico di materia. A condurre il calore è quindi il moto di agitazione termica delle particelle più vicine al corpo caldo , che agitandosi trasmettono la loro agitazione alle particelle vicine, che a loro volta la trasmettono alle vicine, ecc..., fino a coprire tutta la lunghezza del tratto di conduzione, cosicché si trasmette il Q dal corpo caldo al corpo freddo	
	Convezione	Lo scambio avviene con spostamento macroscopico della materia (quindi sono coinvolti fluidi) a contatto col corpo caldo: la porzione di fluido si scalda e si dilata e per effetto spinta di Archimede tende a salire, mentre il fluido più freddo che lo sostituisce a sua volta si scalda, creando una circolazione di fluido convettiva	
	Irraggiamento	Lo scambio avviene per emissione di onde elettromagnetiche da parte dei corpi caldi, quindi lo scambio può aver luogo anche nel vuoto. L'energia emessa da un corpo alla temperatura T è proporzionale a T^4	
CONDUZIONE CON UN CORPO FORMATO DA PIU' DI UN TIPO DI MATERIALE	La formula di conduzione data nel formulario dipende da k_T , costante in base al materiale. Cosa succede però se il corpo di conduzione è formato da materiali diversi (prendiamo il caso di 2 materiali C e D con k_C e k_D)? Ci sono due casi possibili: (1) i materiali sono posti in serie (cioè ogni materiale ha la stessa area di contatto A): L'incognita è T_x , e per trovarla si pone la condizione che $Q_C = Q_D$: $Q_C = Q_D \leftrightarrow k_C \cdot A \cdot \Delta t \cdot (T_A - T_x) / X_C = k_D \cdot A \cdot \Delta t \cdot (T_x - T_B) / X_D \rightarrow T_x = \dots$ (2) i materiali sono posti in parallelo (cioè ogni materiale ha la stessa ΔT ai suoi capi, cioè $X_C = X_D = X$): L'incognita è Q_{tot} e per trovarla si pone $Q_{tot} = Q_C + Q_D$: $Q_{tot} = Q_C + Q_D = (k_C \cdot A_C + k_D \cdot A_D) \cdot \Delta t \cdot (T_A - T_B) / X$		
(5) Il principio della termodinamica, l'Entropia e il ciclo di Carnot			
TIPI DI MACCHINE TERMODINAMICHE	MACCHINE TERMICHE		MACCHINE FRIGORIFERE
	= apparato in grado di convertire il calore ceduto al sistema (cioè assorbito dal sistema) in lavoro (che il sistema effettua sull'ambiente)		= apparato che funziona all'inverso delle macchine termiche, cioè sono apparati in grado di assorbire calore dall'ambiente spendendo lavoro
Entrambi questi tipi di macchine operano in modo ciclico (con trasformazioni reversibili o irreversibili) $\rightarrow \Delta E_{int} = 0$			
DIMOSTRAZIONE DELL'EQUIVALENZA FRA ENUNCIATO DI CLAUSIUS E ENUNCIATO DI KELVIN-PLANK	Affrontiamo quindi la dimostrazione che i 2 modi di esprimere il II principio della termodinamica (vedi formulario) sono equivalenti. La dimostrazione è fatta per negazione, cioè dobbiamo dimostrare che se non vale uno dei due enunciati automaticamente anche l'altro non vale, cioè: supposizione assurda per Kelvin-Plank $\rightarrow$ assurdo per Clausius Dimostrazione Dimostriamo che se esistesse una macchina termica ideale (supposizione assurda per Kelvin-Plank) e la si ponesse a contatto con una macchina frigorifera, allora tale complesso (ter+frig) sarebbe un frigorifero ideale (assurdo per Clausius). (1) Si sa che per una macchina termica ideale vale che: $\eta_{ter} = 1 \leftrightarrow W_{ter} = Q_{Ater} $ (2) Per il frigorifero (supposto genericamente reale) vale che: $ W_{frig} = Q_{Cfrig} - Q_{Afrig} $ (3) frigorifero e macchina termica sono correlate, quindi: $ W_{ter} = W_{frig} \leftrightarrow Q_{Ater} = Q_{Cfrig} - Q_{Afrig} \leftrightarrow Q_{Afrig} = Q_{Cfrig} - Q_{Ater} $ Quindi il ter+frig è un frigorifero ideale , come volevasi dimostrare		
CICLO DI CARNOT	La sostanza di lavoro è un gas ideale, di cui <u>n moli</u> sono poste in un contenitore cilindrico chiuso per 2 facce, con nella faccia di base (circolare) aperta un pistone e sopra una "fonte di forza" dosabile (es.: contenitore con tante palline, che esercita una forza peso sul pistone per gravità, forza tanto più alta quanto maggiore è il numero di palline). Sull'altra base circolare del contenitore (quella chiusa) c'è un <u>termostato regolabile</u> che funzionerà con tre temperature: T_H e T_L con $T_H > T_L$, oppure $T=0$ (cioè spento). Il gas può scambiare calore Q soltanto col termostato (tutti gli altri lati sono isolati termicamente (pareti adiabatiche)) Il ciclo di Carnot è composto da 4 fasi (che si ripetono ciclicamente) (indichiamo con T_{gas} la temperatura del gas):		
	N	Tipo	Termost.
	1	Espansione isoterma (tratto a-b)	$T_H = T_{gas}$ $= T_{max}$
	2	Espansione adiabatica (tratto b-c)	$T=0$
	3	Compressione isoterma (tratto c-d)	$T_L = T_{gas}$ $= T_{min}$
	4	Compressione adiabatica (tratto d-a)	$T=0$
Forza F			
Spiegazione			
Il gas si espande, e facendolo assorbe calore $Q_1 = Q_H$. Isoterma: $\Delta E_{int} = 0 \rightarrow Q_1 = W_1 > 0$ Il cilindro è termicamente isolato, quindi espandendosi diminuisce la sua temperatura. Adiabatica: $Q_2 = 0 \rightarrow \Delta E_{int} = -W_2 < 0 \rightarrow W_2 > 0$ Il gas si comprime, e facendolo cede calore $Q_3 = -Q_L$. Isoterma: $\Delta E_{int} = 0 \rightarrow Q_3 = W_3 < 0$ Il cilindro è termicamente isolato, quindi comprimendosi aumenta la sua temperatura. Adiabatica: $Q_4 = 0 \rightarrow \Delta E_{int} = -W_4 > 0 \rightarrow W_4 < 0$			
RENDIMENTO DEL CICLO DI CARNOT (Dimostrazione)	In realtà la dimostrazione del rendimento del ciclo di Carnot è la semplice risoluzione di un esercizio sui cicli. Per questo esercizio il riferimento alla nomenclatura è quello della tabella soprastante. Partiamo dalla formula generale del rendimento: $\eta = 1 - (Q_C / Q_A)$ Dalla formula si capisce quindi che per ottenere il rendimento dobbiamo calcolare calore assorbito totale (Q_A) e il calore ceduto totale (Q_B). (1) L'osservazione fondamentale è che, come scritto anche nella tabella, $Q_2 = Q_4 = 0$, quindi: $Q_A = Q_1$ e $Q_C = Q_3$ Calcolare Q_1 e Q_3 è facile: basta ricordare (come spiegato precedentemente) che per una isoterma $Q = W$ e $W = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_f/v_i)$, quindi sostituire i dati della formula generale con quelli specifici, ottenendo che (NB: R e n sono costanti): $Q_A = Q_1 = n \cdot R \cdot T_{max} \cdot \ln(v_b/v_a)$ $Q_C = Q_3 = -n \cdot R \cdot T_{min} \cdot \ln(v_d/v_c) = n \cdot R \cdot T_{min} \cdot \ln(v_c/v_d)$ Quindi si ottiene la formula (a): $\eta = 1 - [n \cdot R \cdot T_{min} \cdot \ln(v_c/v_d)] / [n \cdot R \cdot T_{max} \cdot \ln(v_b/v_a)] = 1 - [T_{min} \cdot \ln(v_c/v_d)] / [T_{max} \cdot \ln(v_b/v_a)]$ (2) Per arrivare alla formula finale bisogna sfruttare le altre 2 trasformazioni (adiabatiche), e notare che, per la caratterizzazione delle trasformazioni adiabatiche (trattata precedentemente): $T_{max} \cdot v_b^{\gamma-1} = T_{min} \cdot v_c^{\gamma-1}$ e $T_{max} \cdot v_a^{\gamma-1} = T_{min} \cdot v_d^{\gamma-1}$ Condizioni che messe a sistema danno che (b): $v_b/v_a = v_c/v_d$ (3) Sostituendo poi (b) in (a) si ottiene la formula data nel formulario: $\eta_{carnot} = 1 - (T_{min}/T_{max})$		
TEOREMA DI CARNOT	Qualsiasi macchina che lavora fra due sole sorgenti alle temperature T_H e T_L ha sempre $\eta \leq \eta_{carnot}$, dove $\eta = \eta_{carnot}$ accade se e solo se la macchina è reversibile. Dimostrazione Questo teorema è una implicazione del II principio della termodinamica, infatti la sua dimostrazione è fatta per negazione, cioè		

	si dimostra che se si viola il teorema di Carnot si viola anche il II principio della termodinamica. Consideriamo due sorgenti di calore T_H e T_L e una macchina che lavora fra queste due stesse temperature, macchina composta da due sistemi: una termica <u>reversibile</u> (con rendimento η_{ter}) e un frigorifero <u>reversibile</u> (con rendimento η_{frig}), nell'insieme macchina unica perché il <u>lavoro w compiuto dalla macchina termica è utilizzato dal frigorifero</u> (quindi $w_{ter} = w_{frig} = w$). Sappiamo quindi che: (1) $w = Q_{Ater} - Q_{Cter} = Q_{Cfrig} - Q_{Afrig} \rightarrow Q_{Cfrig} - Q_{Ater} = Q_{Afrig} - Q_{Cter}$ con Q = calore totale assorbito/ceduto dal complesso ter+frig (2) $\eta_{ter} = w / Q_{Ater}$ $\eta_{frig} = w / Q_{Cfrig}$ Poiché sono entrambe macchine reversibili che lavorano fra le stesse temperature (cioè le ipotesi del teorema sono rispettate), dobbiamo dimostrare (per assurdo) che vale la seguente tesi: $\eta_{ter} = \eta_{frig}$ (poiché vale che $\eta_{ter} = \eta_{frig} = \eta_{carnot}$) (3) Supponiamo quindi per assurdo che: $\eta_{ter} > \eta_{frig} \leftrightarrow w / Q_{Ater} > w / Q_{Cfrig} \leftrightarrow Q_{Ater} < Q_{Cfrig} \leftrightarrow Q > 0 \rightarrow$ assurdo! Assurdo perché vuol dire che la macchina complessiva ter+frig è un frigorifero perfetto (che trasferisce la quantità di calore Q dal sistema a T_L al sistema a T_H), cosa non possibile per quanto detto dal II principio della termodinamica! L'unica soluzione accettabile per il II principio è quindi che $\eta_{ter} = \eta_{frig}$										
TEOREMA DI CLAUSIUS	Vale sempre che: $\sum_{i=1}^n Q_i/T_i \leq 0$ oppure, in forma differenziale, $\int_{chiuso} \delta Q/T \leq 0$ Dove T_i = temperatura della sorgente con cui il sistema scambia il calore Q_i (se il processo è reversibile coincide con la T del sistema che compie il ciclo) Da notare che l' = vale solo per trasformazioni reversibili Dimostrazione E' una generalizzazione del teorema di Carnot a più di 2 fonti di calore. (1) Dal T. di Carnot: $\eta_{ter} \leq \eta_{carnot} \leftrightarrow 1 - (Q_C / Q_A) \leq 1 - (T_{min}/T_{max}) \leftrightarrow (Q_C / Q_A) \geq (T_{min}/T_{max}) \leftrightarrow -(Q_C /T_{min}) + (Q_A /T_{max}) \leq 0$ (2) Sapendo poi che, per definizione, $Q_C < 0$ e $Q_A > 0$, si ottiene la formula data										
CASI PARTICOLARI DI CALCOLO DELL'ENTROPIA	La formula di riferimento generale è quella del formulario: $\Delta S = S_0 - S_f = \int_0^f dS = \int_0^f \delta Q/T$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>Trasf. Reversibile</th><th>Calcolo della variazione dell'entropia</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>isocora</td><td>$\delta Q = n \cdot c_{v, mol} \cdot dT \rightarrow \Delta S = n \cdot c_{v, mol} \cdot \int_0^f (dT/T) = n \cdot c_{v, mol} \cdot \ln(T_f/T_0)$</td></tr> <tr> <td>isobara</td><td>$\delta Q = n \cdot c_{p, mol} \cdot dT \rightarrow \Delta S = n \cdot c_{p, mol} \cdot \int_0^f (dT/T) = n \cdot c_{p, mol} \cdot \ln(T_f/T_0)$</td></tr> <tr> <td>isoterma</td><td>$\Delta S = (1/T) \cdot \int_0^f \delta Q = (Q_f - Q_0)/T = \Delta Q/T = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_f/v_0)/T = n \cdot R \cdot \ln(v_f/v_0)$</td></tr> <tr> <td>adiabatica</td><td>$\delta Q = 0 \rightarrow \Delta S = \int_0^f \delta Q/T = 0$</td></tr> </tbody> </table> NB: per un ciclo vale sempre che $\Delta S = 0$	Trasf. Reversibile	Calcolo della variazione dell'entropia	isocora	$\delta Q = n \cdot c_{v, mol} \cdot dT \rightarrow \Delta S = n \cdot c_{v, mol} \cdot \int_0^f (dT/T) = n \cdot c_{v, mol} \cdot \ln(T_f/T_0)$	isobara	$\delta Q = n \cdot c_{p, mol} \cdot dT \rightarrow \Delta S = n \cdot c_{p, mol} \cdot \int_0^f (dT/T) = n \cdot c_{p, mol} \cdot \ln(T_f/T_0)$	isoterma	$\Delta S = (1/T) \cdot \int_0^f \delta Q = (Q_f - Q_0)/T = \Delta Q/T = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_f/v_0)/T = n \cdot R \cdot \ln(v_f/v_0)$	adiabatica	$\delta Q = 0 \rightarrow \Delta S = \int_0^f \delta Q/T = 0$
Trasf. Reversibile	Calcolo della variazione dell'entropia										
isocora	$\delta Q = n \cdot c_{v, mol} \cdot dT \rightarrow \Delta S = n \cdot c_{v, mol} \cdot \int_0^f (dT/T) = n \cdot c_{v, mol} \cdot \ln(T_f/T_0)$										
isobara	$\delta Q = n \cdot c_{p, mol} \cdot dT \rightarrow \Delta S = n \cdot c_{p, mol} \cdot \int_0^f (dT/T) = n \cdot c_{p, mol} \cdot \ln(T_f/T_0)$										
isoterma	$\Delta S = (1/T) \cdot \int_0^f \delta Q = (Q_f - Q_0)/T = \Delta Q/T = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_f/v_0)/T = n \cdot R \cdot \ln(v_f/v_0)$										
adiabatica	$\delta Q = 0 \rightarrow \Delta S = \int_0^f \delta Q/T = 0$										
CALCOLO DELL'ENTROPIA IN TRASFORMAZIONI IRREVERSIBILI	Nel caso di trasformazioni non reversibili è possibile calcolare la ΔS del processo considerando una qualsiasi trasformazione reversibile che porti dallo stesso stato iniziale allo stesso stato finale, quindi calcolando ΔS in base alla trasformazione reversibile scelta (quindi si rimanda alla tabella soprastante in cui è affrontato ognuno dei 4 casi possibili). Esempio: nel caso del processo irreversibile dell'espansione libera di un gas perfetto (da un volume iniziale v_0 a un volume finale v_f), si può scegliere di considerare T = costante, quindi siamo nel caso isoterma e si ha che: $\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(v_f/v_0)$										
PRINCIPIO DI AUMENTO DELL'ENTROPIA	Se un sistema è isolato, nelle trasformazioni irreversibili l'entropia del sistema aumenta (sempre). (corollario: l'universo, che è per definizione un sistema isolato, aumenta sempre la sua entropia, poiché nella realtà tutti i processi sono in parte irreversibili) Dimostrazione Supponiamo di essere in un sistema isolato e di compiere un ciclo col percorso all'andata (da 0 a f) irreversibile e quello al ritorno (da f a 0) reversibile. Consideriamo 0 a pressione e volume inferiori a quelli di f. Rappresentate sul piano di Clapeyron le due curve sono "sfalsate" (consideriamo quella irreversibile, tratteggiata, più "alta" di quella reversibile, continua). Si ha: (1) variazione di entropia del processo irreversibile = $\int_0^f (\delta Q/T)_{irr}$ (2) variazione di entropia del processo reversibile = $\int_f^0 (\delta Q/T)_{rev} = S_0 - S_f = -\Delta S < 0$ ($\Delta S = S_f - S_0$) (3) il processo reversibile può anche essere effettuato al contrario, quindi si può scrivere che: $\int_f^0 (\delta Q/T)_{rev} = -\int_0^f (\delta Q/T)_{rev} \rightarrow \int_0^f (\delta Q/T)_{rev} = \Delta S$ (4) variazione totale di entropia del ciclo = $\int_{chiuso} (\delta Q/T)_{tot} = \int_0^f (\delta Q/T)_{irr} + \int_f^0 (\delta Q/T)_{rev} = \int_0^f (\delta Q/T)_{irr} - \Delta S$ (4) poiché il ciclo si compone anche di una parte irreversibile si ha che, per il teorema di Clausius: $\int_{chiuso} (\delta Q/T)_{tot} < 0 \rightarrow \int_0^f (\delta Q/T)_{irr} - \Delta S < 0 \leftrightarrow \Delta S - \int_0^f (\delta Q/T)_{irr} > 0 \leftrightarrow [\text{differenziali}] \leftrightarrow dS - (\delta Q/T)_{irr} > 0$ Se il sistema è isolato si ha quindi che $dS > 0$ (risultato che si è ottenuto nel caso di un sistema isolato e trasformazione irreversibile, cioè le ipotesi sono rispettate)										
MECCANICA STATISTICA	Ad uno stesso stato macroscopico di sistema possono corrispondere molti microstati diversi. La meccanica statistica ha quindi lo scopo di prevedere con quale probabilità può realizzarsi un determinato macrostato: quello a cui corrisponde il numero di microstati più elevato. Da notare che un sistema tende spontaneamente al macrostato più matematicamente probabile. Lo stato a cui tende il sistema è quello di equilibrio, quindi lo stato che, come già detto, ha il valore massimo di entropia. <u>Solo tramite la meccanica statistica si può calcolare il valore di entropia assoluto in un certo istante</u> (con la termodinamica si arriva a calcolare solo la variazione di entropia, cioè ΔS o, nel caso infinitesimo, dS), che vale: $S = k_B \cdot \ln(j)$ k_B = costante di Boltzmann (vedi formulario per il valore) j = massimo numero di microstati che corrispondono ad un dato macrostato = probabilità termodinamica Per la meccanica statistica, quindi, nulla è "impossibile": il termine giusto è "altamente improbabile"										

PARTE D: FLUIDI

FORMULARIO COMPLETO PER ARGOMENTI				
Nome Grandezza/Teorema	Simbolo	Formula	Udm	Note/osservazioni/spiegazione simboli formula
(1) I solidi				
Sforzo di trazione/compressione	σ_t	$\sigma_t = F_{\perp} / A $	Pa =N/m ²	$F_{\perp}$ =forza con direzione perpendicolare al vettore A A=area di pressione
Sforzo di taglio	$\sigma_{//}$	$\sigma_s = F_{//} / A $	Pa	$F_{//}$ =forza con direzione parallela al vettore A A=area di pressione
Deformazione da trazione/compressione	ϵ_t	$\epsilon_t = \Delta l/l_0$	adim	l =lunghezza $\Delta l = l_f - l_0$
Deformazione da taglio	ϵ_s	$\epsilon_s = \theta \approx \Delta X/X_0$	adim	θ =angolo di scostamento dalla posizione iniziale X_0 =lunghezza iniziale del lato (di direzione $F_{//}$) a cui è applicata $F_{//}$ $\Delta X = X_f - X_0$
Modulo di Young	y	$y = \sigma_t/\epsilon_t$	Pa	Vale solo se un materiale è isotropo (cioè per ogni verso di sollecitazione possibile il materiale reagisce allo stesso modo)
Modulo di elasticità a taglio	S	$S = \sigma_s/\epsilon_s$	Pa	Vale solo se un materiale è isotropo
(2) Statica dei fluidi				
<u>Legge di Stevino</u>	teorema	$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$	Pa	E' una legge che vale solo per i liquidi (non per i gas) p =pressione presente a una certa profondità h dentro il liquido ρ =densità del liquido [kg/m ³] (costante in tutto il volume) p_0 =pressione sentita sulla superficie del liquido Dimostrazione:

				Consideriamo il liquido a strati “lamellari” di area costante A (area contenitore) e spessore infinitesimo ds. Ogni stato ha: $massa=dm=\rho \cdot A \cdot ds$ $forza\ Peso= dP =dm \cdot g=(\rho \cdot A \cdot ds) \cdot g $ Si ottiene quindi la pressione dp che la lamina di fluido esercita sulla lamina di fluido subito sottostante: $dp= dP /A=\rho \cdot ds \cdot g \rightarrow p=\int_0^h \rho \cdot ds \cdot g =\rho \cdot g \cdot \int_0^h ds=\rho \cdot g \cdot h$ Sulla prima lamina agisce la pressione p_0 (in gen. $\neq 0$) → formula data
Principio di Pascal	teorema	Se ρ è costante, un aumento di pressione si trasmette inalterato su tutte le porzioni di fluido e su tutte le pareti del contenitore		Questa legge vale nella teoria solo per i liquidi, ma con alcune approssimazioni nella realtà vale anche per i gas. E' una conseguenza della legge di Stevino, e contiene anche il <u>principio dei vasi comunicanti</u> : inserendo un fluido a p costante in un sistema di vasi comunicanti, la pressione (aggiuntiva alla eventuale pressione esterna presente) necessaria da applicare in uno dei due vasi per sfasare di Δh i livelli di pelo libero del fluido è $p=\rho \cdot g \cdot \Delta h$
Principio di Archimede	teorema	Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari alla forza peso del fluido spostato		Mettiamo un oggetto in un liquido a $\rho=\text{costante}$, e questo si immerge occupando un volume di fluido V_{fluido} (NB: in generale $V_{\text{fluido}} \neq V_{\text{tot corpo}}$, poiché $V_{\text{fluido}}=V_{\text{tot corpo}} \leftrightarrow$ il corpo affonda totalmente!). La forza di spinta F che il corpo riceve dal fluido è allora $F=V_{\text{fluido}} \cdot \rho \cdot g$
(3) Dinamica dei fluidi				
Forza dovuta alla viscosità	F_η	$F_\eta=\eta \cdot A \cdot V_{\text{max}}/l$	N	La <u>viscosità</u> esprime l'attrito interno dinamico del fluido, quello che si sviluppa per scorrimento una sopra l'altra delle varie lamine di spessore ds di fluido fra loro e con le pareti del contenitore η =coefficiente di viscosità [$N \cdot s \cdot m^{-2}$] A=area totale di contatto fra il fluido e le pareti del contenitore V_{max} =velocità massima del fluido (si ha nel punto del fluido più lontano dalle pareti, a contatto con le pareti $V \approx 0$) l=distanza fra il vettore V_{max} e le pareti del contenitore
Equazione di continuità	teorema	Se <u>non</u> ci sono pozzi o sorgenti all'interno di un tubo di flusso vale che: $\rho=\text{costante} \rightarrow A \cdot V=\text{costante}$		A=area del tubo di flusso (di un certo tratto, poiché in generale A non è costante) V=velocità del flusso che attraversa A Vedi dimostrazione nella teoria
Equazione di Bernoulli	teorema	Nel moto stazionario su ogni linea di flusso si ha che: $p+(\rho \cdot V^2/2)+(\rho \cdot g \cdot h)=\text{costante}$		Questa equazione vale solo se si considera il fluido non viscoso e incompressibile, e a temperatura costante. NB: questa formula contiene anche la legge di Stevino Vedi dimostrazione nella teoria

ELEMENTI TEORICI			
TIPI DI STATO DEL MATERIALE	<u>Stato</u>	<u>Descrizione</u>	<u>Comportamenti sotto sollecitazione</u>
	<u>Solido</u>	Le particelle del materiale hanno posizioni totalmente fisse fra loro: il corpo è rigido	Presentano deformazioni da taglio, trazione e compressione, che sotto il limite elastico sono reversibili, sopra il limite elastico sono in parte irreversibili
	<u>Fluidi</u>	Le particelle del materiale sono slegate fra loro, e possono muoversi (più o meno liberamente, più per i gas , meno per i liquidi) all'interno del volume di fluido	Si deformano continuamente se sottoposti a uno sforzo di taglio. I fluidi ideali, e con una certa approssimazione anche quelli reali, sono incompressibili
STATICA DEI FLUIDI	Materia che studia il comportamento statico dei fluidi		
DINAMICA DI FLUIDI	Materia che studia l'evoluzione temporale della densità e velocità del fluido in ogni punto. Le funzioni considerate sono quindi: p(x, y, z, t) e V(x, y, z, t) . Si riscontrano i seguenti casi particolari:		
	<u>Situazione</u>	<u>Spiegazione</u>	
	Moto stazionario	V è costante nel tempo (non è detto però che sia anche costante nello spazio)	
	Moto irrotazionale	Per ogni punto del fluido, la <u>velocità angolare</u> del resto del fluido attorno a quel punto è nulla	
	Fluido incompressibile	ρ è costante sia nell'intero volume di liquido, sia nel tempo, cioè $\rho(x, y, z, t) = \text{costante}$	
	Fluido non viscoso	La viscosità è nulla, quindi non ci sono dissipazioni alcune di energia	
LINEA DI FLUSSO	= traiettoria ideale che esprime la direzione del moto delle particelle di fluido: in ogni punto di una linea di flusso, la tangente a tale punto indica la direzione del vettore velocità V delle particelle di fluido che passano per quel punto Da notare che: - l'insieme delle linee di flusso è fisso nel tempo nel caso di moto stazionario - <u>una linea di flusso non può intersecare nessuna altra linea di flusso</u> (come le linee di campo elettrico): se ciò accadesse nel punto di intersezione si avrebbe un assurdo in quanto la velocità di una singola particella avrebbe due direzioni! - tubo di flusso = forma 3D a carattere tubolare formata da un insieme di linee di flusso (NB: il tubo di flusso può anche essere considerato idealmente tale senza che ci sia un tubo "fisico", cioè un tubo di flusso può anche solo rappresentare una porzione di fluido) - le particelle di fluido non possono attraversare un tubo di flusso: o vi appartengono o sono all'esterno (questa è un'implicazione della regola di non-intersezione delle linee di flusso)		
Dimostrazione DELL'EQUAZIONE DI CONTINUITA'	Consideriamo un tubo di flusso a sezione variabile, <u>senza pozzi né sorgenti al suo interno</u> . I dati sono:		
	<u>dato</u>	<u>...in entrata nel tubo flusso</u>	<u>...in uscita dal tubo di flusso</u>
	Sezione del tubo	A₁	A₂
	Densità del fluido	ρ_1	ρ_2
	Velocità del flusso	V₁	V₂
	Spazi percorsi dal fluido in un tempo Δt	$\Delta X_1 = V_1 \cdot \Delta t$	$\Delta X_2 = V_2 \cdot \Delta t$
	Massa che attraversa A ₁ /A ₂ in un tempo Δt (flusso di massa)	$\Delta m_1 = \rho_1 \cdot A_1 \cdot \Delta X_1 = \rho_1 \cdot A_1 \cdot V_1 \cdot \Delta t$	$\Delta m_2 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot \Delta X_2 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot V_2 \cdot \Delta t$
	Poiché non ci sono sorgenti o pozzi, si ha che: $\Delta m_1 = \Delta m_2 \leftrightarrow \rho_1 \cdot A_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot V_2$ (formula generale) Se inoltre (caso particolare della formula generale) $\rho = \text{costante} \leftrightarrow \rho_1 = \rho_2 \rightarrow A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \leftrightarrow A \cdot V = \text{costante}$ (formula data)		
Dimostrazione DELL'EQUAZIONE DI BERNOULLI	Consideriamo un tubo di flusso a sezione e altezza variabili (ma a temperatura T sempre costante e uniforme), e <u>senza pozzi né sorgenti al suo interno</u> . I dati sono:		
	<u>dato</u>	<u>...in entrata nel tubo flusso</u>	<u>...in uscita dal tubo di flusso</u>
	Sezione del tubo	A₁	A₂
	Velocità del flusso	V₁	V₂
	Pressione del flusso	p₁	p₂
	Altezza della linea di flusso scelta da terra	h₁	h₂

	Innalzamento/abbassamento netto della linea di flusso scelta	$\Delta h = h_2 - h_1$	
	Spostamento di un tratto di fluido	$\Delta X_1 = V_1 \cdot \Delta t$	$\Delta X_2 = V_2 \cdot \Delta t$
	Massa totale di flusso entrante	$\Delta m = \text{costante} = \rho \cdot A_1 \cdot \Delta X_1 = \rho \cdot A_2 \cdot \Delta X_2 \rightarrow \Delta m / \rho = A_1 \cdot \Delta X_1 = A_2 \cdot \Delta X_2$	
	Forza di pressione ($\hat{a}$ =versore di spostamento infinitesimo dX)	$F_1 = p_1 \cdot A_1 \cdot \hat{a}$ (genera il movimento)	$F_2 = p_2 \cdot A_2 \cdot (-\hat{a})$ (si oppone al movimento)
	Forza di gravità (si oppone al movimento)	$F_g = \Delta m \cdot g$	
	Lavoro delle forze di pressione	$w_1 = F_1 \cdot \Delta X_1 = p_1 \cdot \Delta m / \rho$	$w_2 = - F_2 \cdot \Delta X_2 = -p_2 \cdot \Delta m / \rho$
	Lavoro della forza di gravità	$w_g = - F_g \cdot \Delta h = -\Delta m \cdot g \cdot \Delta h = -\Delta m \cdot g \cdot h_2 + \Delta m \cdot g \cdot h_1$	
	Lavoro totale compiuto	$w_{tot} = w_1 + w_2 + w_g = (p_1 \cdot \Delta m / \rho) + (-p_2 \cdot \Delta m / \rho) + (-\Delta m \cdot g \cdot h_2) + (\Delta m \cdot g \cdot h_1)$	
	Variazione di energia cinetica totale	$\Delta k = (\Delta m \cdot V_2^2 / 2) - (\Delta m \cdot V_1^2 / 2)$	
Utilizzando il teorema dell'energia cinetica si arriva alla formula data: $w_{tot} = \Delta k \leftrightarrow (p_1 \cdot \Delta m / \rho) + (-p_2 \cdot \Delta m / \rho) + (-\Delta m \cdot g \cdot h_2) + (\Delta m \cdot g \cdot h_1) = (\Delta m \cdot V_2^2 / 2) - (\Delta m \cdot V_1^2 / 2) \leftrightarrow$ [semplificando Δm , raggruppando da una parte tutti i membri 1, dall'altra tutti i membri 2, e moltiplicando per ρ] $\leftrightarrow p_1 + (\rho \cdot V_1^2 / 2) + (\rho \cdot g \cdot h_1) = p_2 + (\rho \cdot V_2^2 / 2) + (\rho \cdot g \cdot h_2) \leftrightarrow p + (\rho \cdot V^2 / 2) + (\rho \cdot g \cdot h) = \text{costante}$ (formula data) NB: poiché h varia in base alla linea di flusso scelto, anche questa costante varia a seconda della linea di flusso scelta			