

ELEMENTI DI IDROSTATICA

IDROSTATICA

L'idrostatica

**(anche detta fluidostatica) è una
branca della meccanica dei fluidi che
studia i liquidi in stato di quiete.**

Grandezze caratteristiche dei liquidi

Massa volumica: è la massa di liquido che occupa un volume unitario.

$$\rho = m / V \text{ [kg/m}^3 \text{]}$$

Volume massico: è il volume occupato dall'unità di massa.

$$v_m = V / m \text{ [m}^3 \text{ /kg]}$$

Grandezze caratteristiche dei liquidi

Pressione: è la forza F , uniformemente distribuita, esercitata dal liquido in direzione perpendicolare su una superficie A unitaria.

$$p = F / A \text{ [N/m}^2 \text{ = Pa]}$$

Velocità: è la velocità [m/s] con cui il liquido attraversa una sezione della condotta. Essa è variabile da un valore massimo, al centro della sezione, ad un valore minimo nella zona di contatto con la parete. Per tale motivo, per velocità si intende la velocità media con cui il liquido attraversa la sezione considerata.

Grandezze caratteristiche dei liquidi

Portata volumetrica: è il volume di liquido che attraversa una sezione di area A nel tempo unitario t

$$Q = V / t \text{ [m}^3 \text{ /s]}$$

Poiché il volume di liquido si porta, nel tempo t , in una sezione successiva distante s dalla precedente, il volume di liquido risulta pari a

$$V = A \times s \text{ [m}^3 \text{]}$$

per cui:

$$Q = A \times s / t = A \times v \text{ [m}^3 \text{ /s]}$$

Grandezze caratteristiche dei liquidi

Portata massica: è la massa di liquido che attraversa una sezione di area A nel tempo unitario t

$$m' = m / t \text{ [kg/s]}$$

Poiché:

$$m = \rho \times V$$

scaturisce che

$$m' = \rho \times V / t = \rho \times Q \text{ [kg/s]}$$

Grandezze caratteristiche dei liquidi

Portata ponderale: è il peso di liquido che attraversa una sezione di area A nel tempo unitario t

$$G = P / t \text{ [N/s]}$$

ovvero:

$$G = \rho \times g \times Q$$

Grandezze caratteristiche dei liquidi

Viscosità: il comportamento dei liquidi reali è caratterizzato dalla presenza, nella massa liquida, di un attrito molecolare detto viscosità. La viscosità di un fluido è, quindi, l'attrito interno tra le varie molecole che compongono la massa fluida e che, producendo una dissipazione di energia, influisce sulla facilità di scorrimento del fluido in una condotta.

Grandezze caratteristiche dei liquidi

Viscosità dinamica. Consideriamo due strati, piani e paralleli, di un fluido in moto posti ad una distanza h tra loro ed aventi la stessa superficie A . A causa dell'attrito tra le molecole, i due strati si muovono con velocità diverse e Δv indica la velocità relativa (differenza di velocità) di uno strato rispetto all'altro. La forza F che si oppone al movimento uniforme degli strati è pari a:

$$F = \mu \cdot A \frac{\Delta v}{h}$$

in cui il coefficiente di attrito interno μ rappresenta la viscosità dinamica del fluido e che dipende dal tipo di fluido e dalla sua temperatura. Dalla suddetta espressione si ricava il valore della viscosità dinamica:

$$\mu = \frac{F \cdot h}{A \cdot \Delta v}$$

L'unità di misura della viscosità dinamica è $[N \times s / m^2 = Pa \times s]$.

Viscosità cinematica. Nota la viscosità dinamica di un fluido, si può ottenere la sua *viscosità cinematica* con la relazione

$$\nu = \mu / \rho [m^2/s]$$

in cui ρ è la massa volumica del fluido.

Pressione idrostatica

La pressione idrostatica è la forza esercitata da un fluido in quiete su ogni superficie a contatto con esso. Il valore di questa pressione dipende esclusivamente dalla massa volumica del fluido e dall'affondamento del punto considerato dal pelo libero (il pelo libero è la superficie di separazione del fluido dall'atmosfera esterna).

Conseguenza di ciò è che se un corpo viene immerso in un liquido, fino ad una certa profondità (h) sotto il pelo libero, esso è soggetto oltre che alla pressione atmosferica (p_{atm}) che agisce sulla superficie del liquido, anche alla pressione p (pressione relativa) dovuta alla massa di liquido che lo sovrasta.

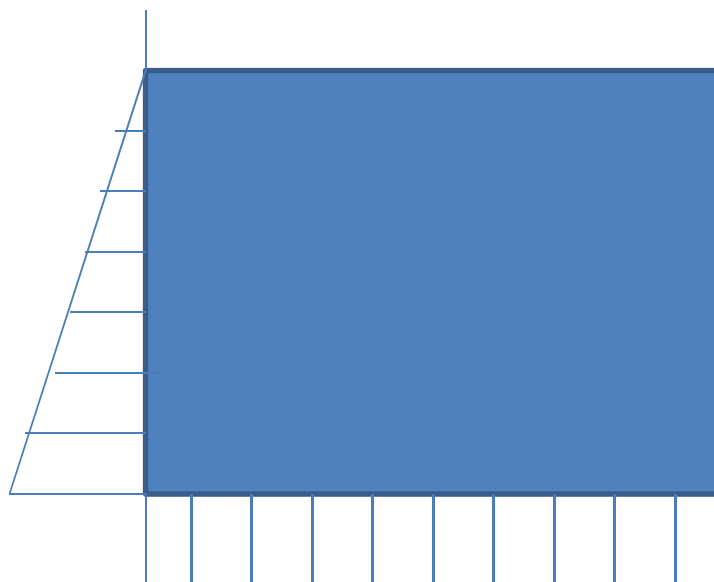
La pressione assoluta (p_{ass}) che agisce sul corpo sommerso è data dalla formula:

$$p_{\text{ass}} = p + p_{\text{atm}}$$

Mentre la pressione idrostatica è data dalla formula:

$$p = \rho \cdot g \cdot h \text{ [Pa]}$$

Poiché la pressione idrostatica varia con la profondità, possiamo tracciare un diagramma ed analizzarne l'andamento. Sulla parete di fondo la pressione p (relativa) è uniformemente distribuita, mentre sulla parete verticale è linearmente crescente con la profondità.



Per la parete verticale, assumendo come asse delle ascisse i valori della pressione e come asse delle ordinate le profondità corrispondenti si ottiene una retta che forma con la verticale un angolo α tale per cui:

$$\text{tg } \alpha = \frac{p}{h} = \rho \cdot g$$

Il diagramma delle pressioni assolute si può, facilmente, ottenere aggiungendo al diagramma delle pressioni idrostatiche una costante uguale alla pressione atmosferica (p_{atm}).

Consideriamo un condotto chiuso contenete un liquido soggetto ad una pressione (p).

$$h = \frac{p - p_a}{\gamma} = \frac{p - p_a}{\rho g}$$

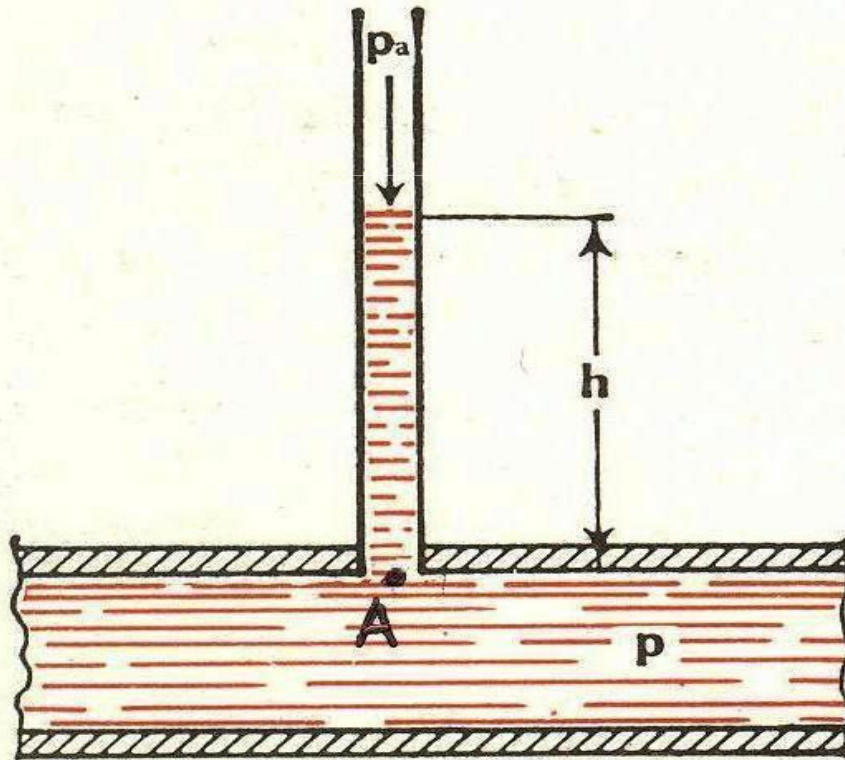


Fig. 31.3. Valutazione dell'altezza piezometrica

Osserviamo che se in un punto qualsiasi del condotto innestiamo un tubo verticale aperto superiormente, il liquido sale lungo il tubo fino a raggiungere un'altezza (h) tale da far equilibrio alla pressione esistente nel condotto.

Più semplicemente si può esprimere la pressione in altezza (h) di colonna di liquido

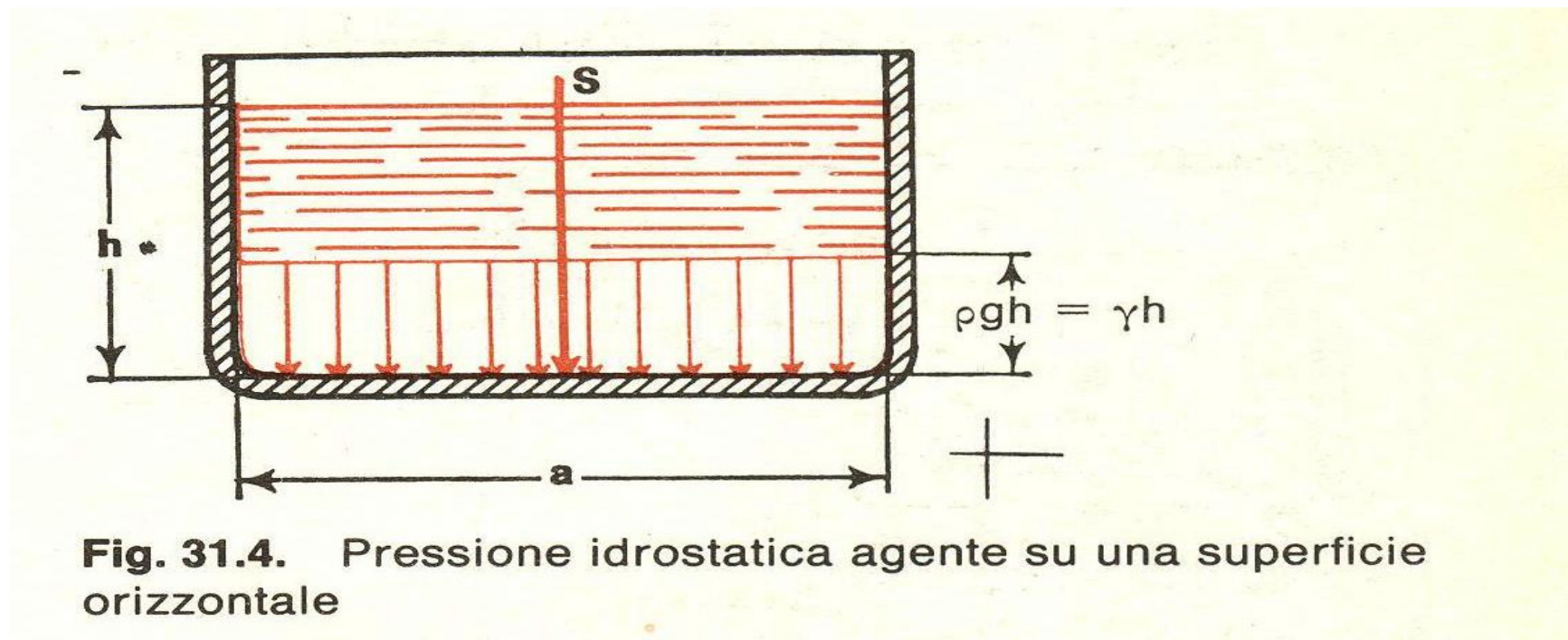
$$h = \frac{p}{\rho \cdot g}$$

L'altezza nel tubo prende il nome di altezza piezometrica.

Si definisce **Spinta Idrostatica** (S) la forza risultante, che una parete sommersa (parzialmente o completamente) di un recipiente sopporta da parte di un liquido, quando questo preme su di essa.

Considerando un recipiente, di forma parallelepipeda, e contenente un liquido di massa volumica ρ , osserviamo due diversi casi:

**a. Superficie disposta orizzontalmente
(superficie di fondo del recipiente a sez.
rettangolare)**



$$S = \rho \cdot g \cdot h \cdot a \cdot b = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$$

b. Superficie disposta verticalmente ed affiorante o emergente dal pelo libero (superficie laterali del recipiente).

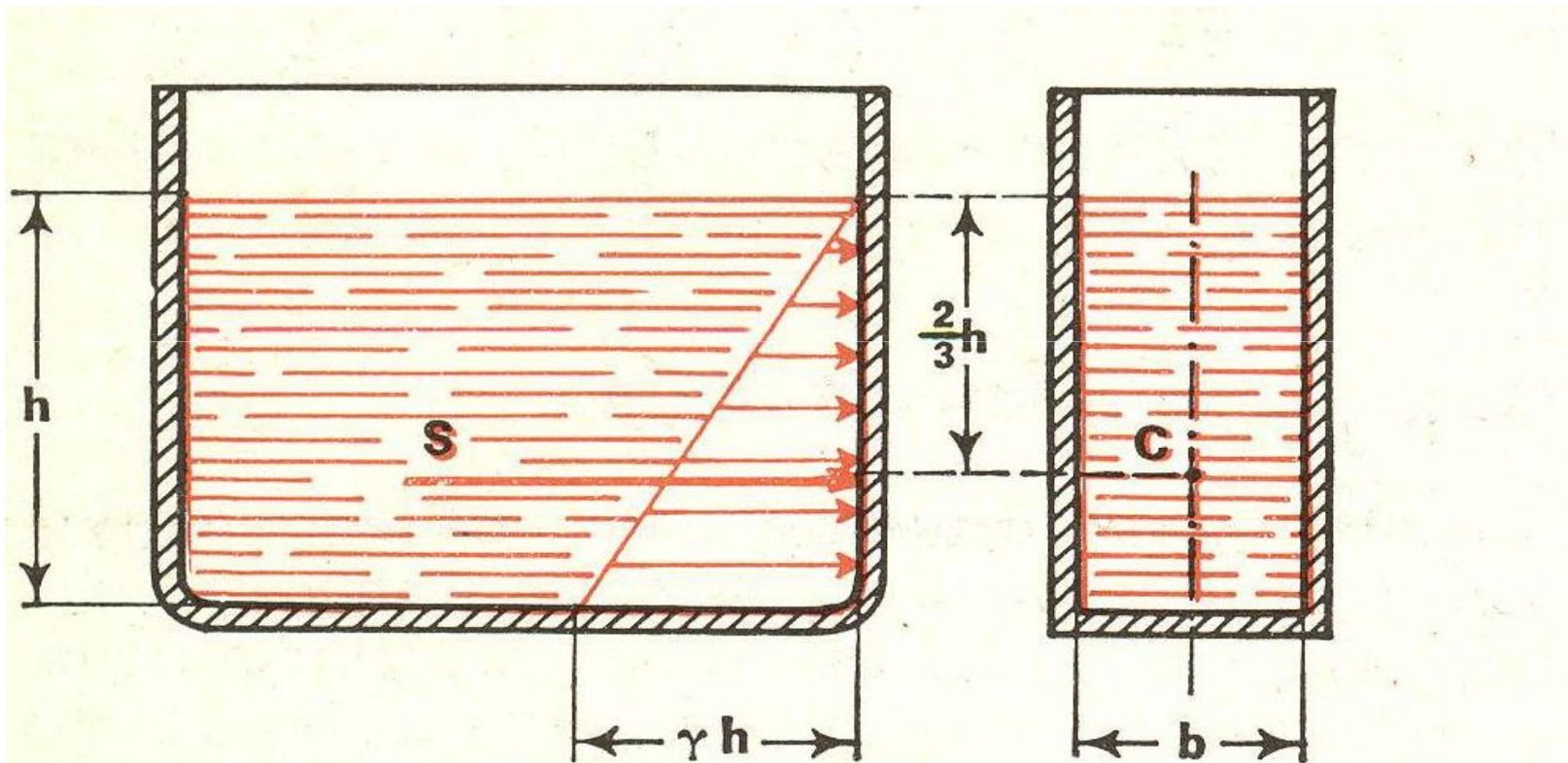


Fig. 31.5. Pressione idrostatica agente su una superficie verticale

Osserviamo che la parte di parete sommersa è gravata da una pressione idrostatica variabile linearmente da **zero** fino a **$\rho \cdot g \cdot h$** .

Pertanto per calcolare la spinta idrostatica (S) dobbiamo determinare prima la pressione media

$$p_m = \frac{\rho \cdot g \cdot h + 0}{2} = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2}$$

e poi moltiplicare il suo valore per la superficie della parte immersa.

L'area della superficie immersa è $A = h \cdot b$, dove b è la dimensione trasversale della parete. Quindi possiamo affermare che la spinta idrostatica è data dalla formula:

$$S = p_m \cdot A = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot h \cdot b = \rho \cdot g \cdot h_G \cdot A$$

dove h_G è la profondità del baricentro della superficie bagnata. L'espressione di calcolo della spinta idrostatica ha validità generale.

Il centro di spinta C è il luogo dove è applicata la spinta idrostatica. La profondità del centro di spinta è, per la parete di fondo, coincidente con quella del baricentro. Sulla parete verticale giace in corrispondenza del baricentro della superficie che rappresenta il diagramma delle pressioni; nel caso di andamento triangolare della pressione, il centro di pressione dista $2/3 h$ dal pelo libero. La relazione che permette di determinare la profondità del centro di spinta è:

$$h_c = \frac{I_{GG}}{A \cdot h_G} + h_G$$

dove I_{GG} è il momento d'inerzia della figura geometrica rispetto ad un asse passante per il proprio baricentro.

Per una parete di forma rettangolare alta a e larga b , il momento d'inerzia I_{GG} rispetto all'asse baricentrico, parallelo alla larghezza b , è dato da:

$$I_{GG} = \frac{b \cdot a^3}{12}$$

LEGGI FONDAMENTALI

Le leggi fondamentali dell'idrostatica sono leggi già note alla Fisica.

Le più importanti sono:

-  **il principio di Pascal;**
-  **il principio dei vasi comunicanti;**
-  **il principio di Archimede;**

Il principio di PASCAL

La pressione esercitata in un punto qualunque di un fluido in quiete si trasmette con la stessa intensità in ogni punto del fluido e in ogni direzione.

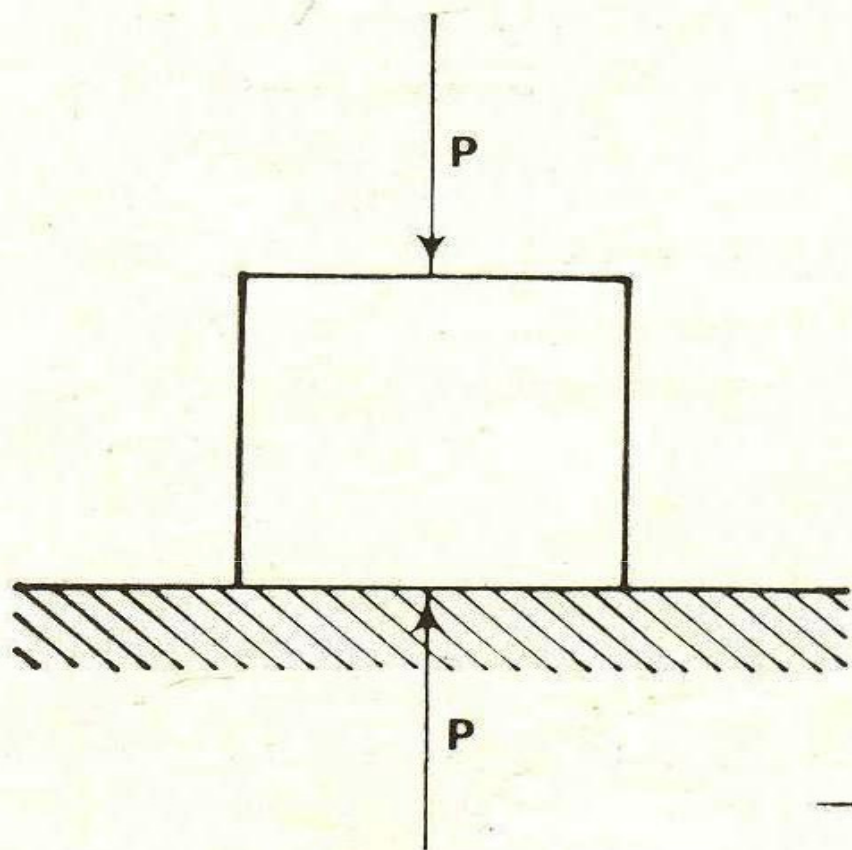


Fig. 31.8. Effetto di una forza agente su un corpo solido

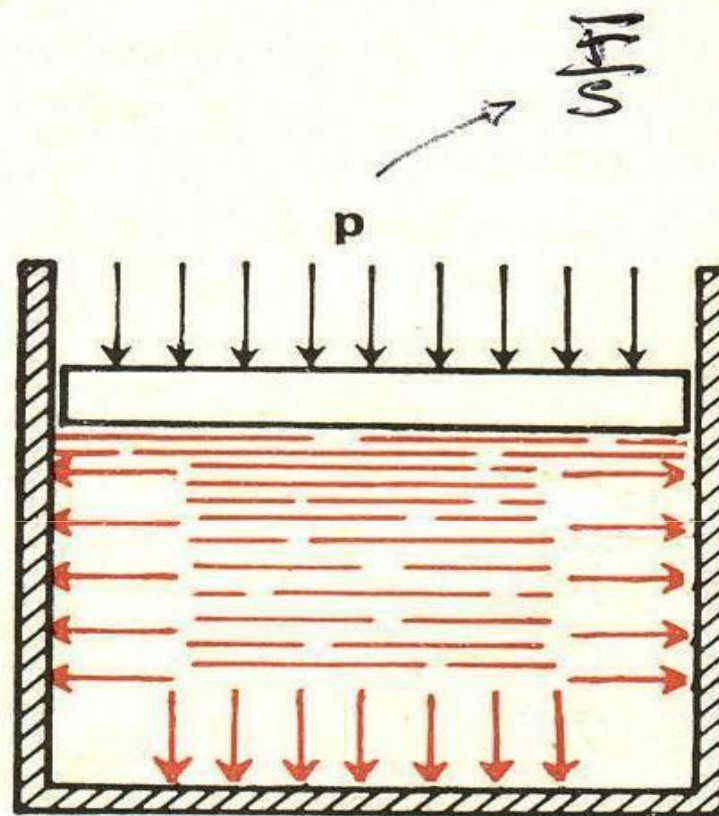


Fig. 31.9 Principio di Pascal

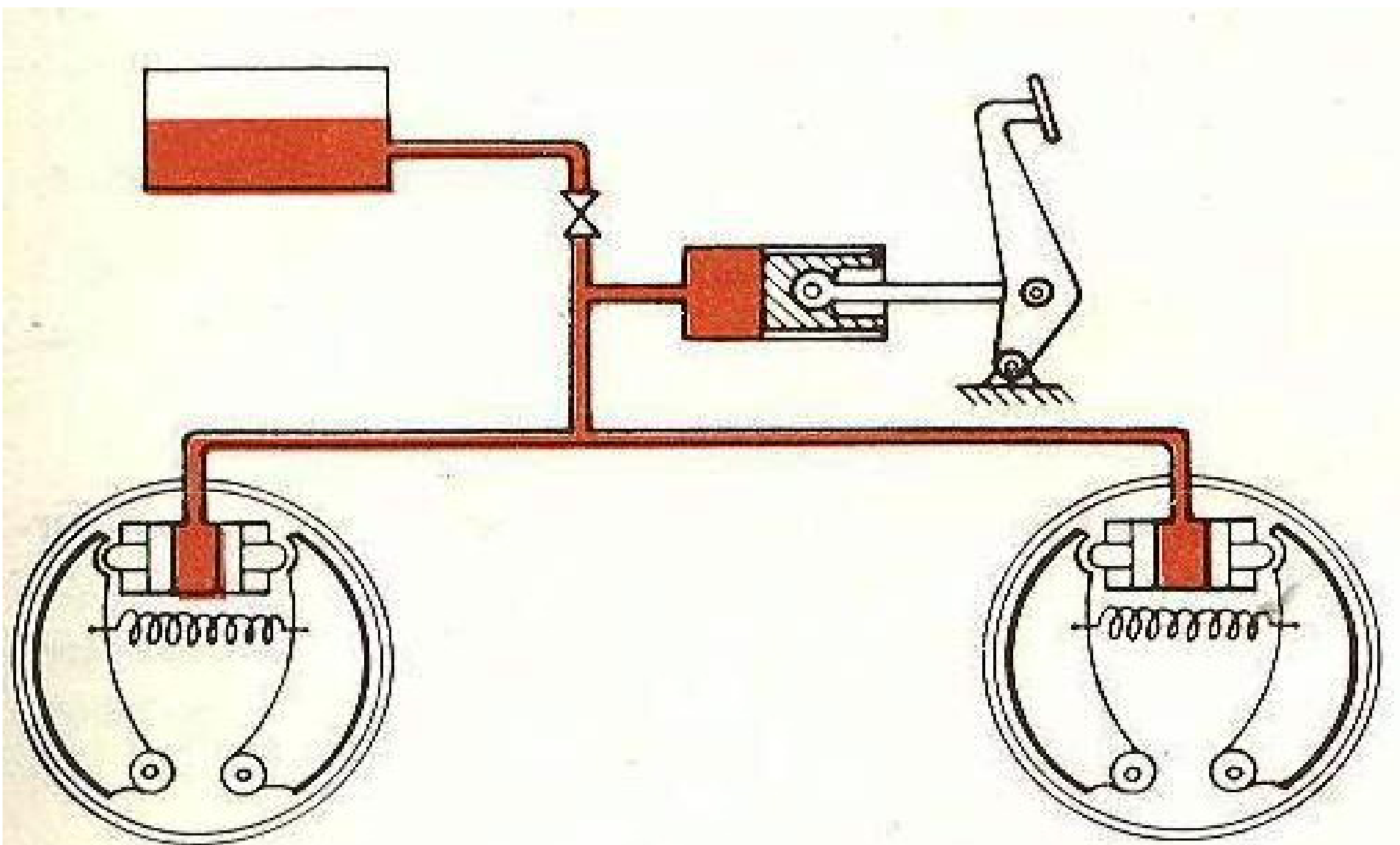


Fig. 31.10. Applicazione del principio di Pascal

II PRINCIPIO DEI VASI COMUNICANTI

Un liquido contenuto in diversi recipienti, fra loro comunicanti, raggiunge, in tutti, lo stesso livello, indipendentemente dalla profondità e dalla forma di questi.

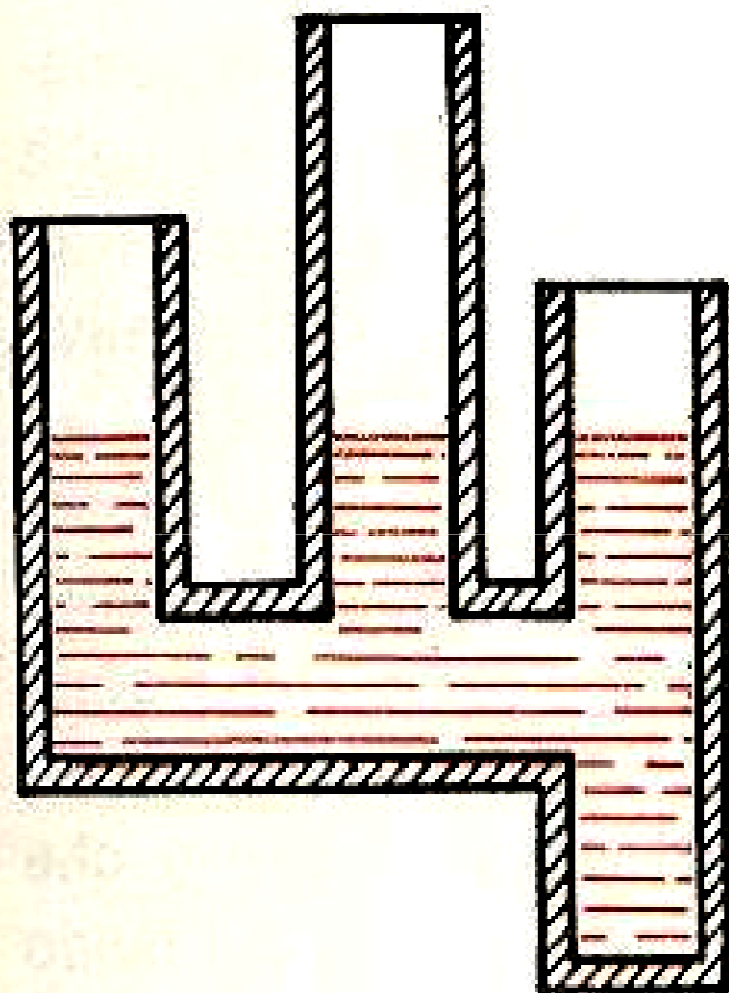


Fig. 31.11. Principio dei vasi comunicanti

II PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

Un corpo immerso in un liquido in quiete riceve da questo una spinta diretta dal basso verso l'alto, la cui intensità è uguale al peso del volume di liquido spostata.

Se immergiamo un corpo, di forma parallelepipedica, di altezza h in un liquido contenuto in un recipiente, le spinte idrostatiche S_l del liquido sulle facce laterali del corpo sono uguali ed opposte e, pertanto, si equilibrano.

II PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

Sulle due superfici di base, di area A e poste a diverse profondità, agiscono due spinte idrostatiche $S_1 = \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A$ e $S_2 = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A$. Poiché le due spinte sono diverse ($S_2 > S_1$), la spinta risultante è diretta verticalmente verso l'alto e vale:

$$S = S_2 - S_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A - \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$$

Essendo ρ la massa volumica del liquido e il prodotto $A \cdot h$ uguale al volume V del corpo, la relazione diventa:

$$S = \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g$$

in cui m è la massa del liquido spostato dal corpo immerso.

II PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

Se, quindi, un corpo di massa volumica ρ_c e peso $P=\rho_c \cdot g \cdot V$ viene immerso in un liquido di massa volumica ρ , esso riceve una spinta verso l'alto pari a $S = \rho \cdot g \cdot V$.

Possono verificarsi tre casi:

1. $P=S$ da cui $\rho_c \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot V$. Il corpo resta in equilibrio alla profondità in cui si trova;
2. $P>S$ da cui $\rho_c \cdot g \cdot V > \rho \cdot g \cdot V$. Il corpo affonda;
3. $P<S$ da cui $\rho_c \cdot g \cdot V < \rho \cdot g \cdot V$. Il corpo è spinto da una forza ascendente e, quindi, risale e galleggia.