

Università degli Studi di Parma
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica, Elettronica e delle Telecomunicazioni
Prova Intermedia di FISICA GENERALE 1 (6 maggio 2016) (A)

Nome Cognome:

Numero di matricola:

1. Un barile di massa $m = 65\text{ kg}$ è appeso con una fune ed è connesso mediante una carrucola ideale a una cassa di massa $M = 80\text{ kg}$ posta sul tetto orizzontale di un edificio. La fune tira orizzontalmente la cassa. Sulla cassa vi è un sacco di calce di massa $m_c = 50\text{ kg}$. I coefficienti di attrito statico e dinamico tra la cassa e il pavimento sono $\mu_s = 0.7$ e $\mu_k = 0.4$.

Trovare:

a) la forza di attrito F_{cp} tra la cassa e il pavimento.

b) la forza di attrito F_{cs} tra la cassa e il sacco di calce;

Improvvisamente un operaio toglie il sacco di calce dalla cassa.

c) Trovare la velocità v del barile quando è sceso di 2 m (la cassa continua a rimanere sul tetto).

Risposte (espressione analitica e valore numerico):

1a) la legge di Newton per m : $T = m(g - a)$, quindi al max $T = mg = 659.8\text{ N}$. Quando c'è il sacco la forza di attrito statica max e $f_{s,max} = \mu_s(M + m_c)g = 891\text{ N}$, maggiore del valore massimo che può avere T , quindi tutto è fermo, quindi $F_{cp} = T = 659.8\text{ N}$

1b) tutto è fermo quindi $F_{cs} = 0$

1c) senza il sacco l'attrito statico massimo $f_{s,max} = \mu_s Mg$ non basta a tenere ferma la cassa: la variazione dell'energia meccanica è uguale al lavoro dell'attrito:

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 - mgh = -\mu_k Mgh \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gh}{M+m}(m - \mu_k M)} = 2.99\text{ m/s}$$

oppure si usavano le equazioni del moto per m e M per trovare a

$$\begin{array}{lll} -\mu_k Mg + T = Ma & -\mu_k Mg + m(g - a) = Ma & a = \frac{g(m - \mu_k M)}{m + M} \\ -T + mg = ma & T = m(g - a) & \end{array}$$

poi usando le equazioni del moto uniformemente accelerato si ha $v^2 - 0 = 2ah$.

2. Un oggetto di massa $m = 0.2\text{ kg}$ è tenuto inizialmente fermo nel punto A, a ridosso di una molla di costante elastica $k = 300\text{ N/m}$, compressa rispetto alla posizione di equilibrio di $\Delta x = 12\text{ cm}$. L'oggetto, che non è agganciato alla molla, viene poi lasciato libero di muoversi sulla guida composta da un tratto rettilineo liscio AB (di lunghezza molto maggiore di Δx) e da un quarto di circonferenza liscio BC di raggio $R = 0.4\text{ m}$ (disposto su un piano verticale). Si determini:

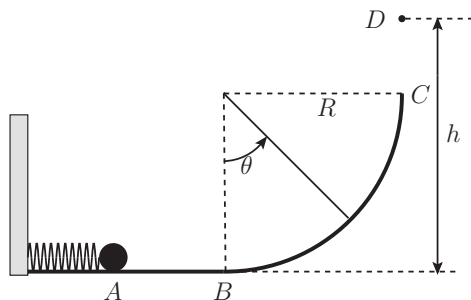
a) il modulo v_B della velocità dell'oggetto nel punto B;

b) il modulo $v(\theta)$ della velocità dell'oggetto nel punto individuato dall'angolo θ come in figura;

c) l'altezza massima h (rispetto alla guida orizzontale) raggiunta dall'oggetto (nel punto D in figura) dopo essersi staccato dalla guida;

d) il modulo della forza normale N nel punto C, un attimo prima che l'oggetto si stacchi dalla guida.

Risposte (solo analitica per b):



2a) per la conservazione dell'energia meccanica $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$, quindi $v_B = \Delta x\sqrt{k/m} = 4.65 \text{ m/s}$

2b) per la conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv(\theta)^2 + mgR(1 - \cos \theta) \Rightarrow v(\theta) = \sqrt{v_B^2 - 2gR(1 - \cos \theta)}$$

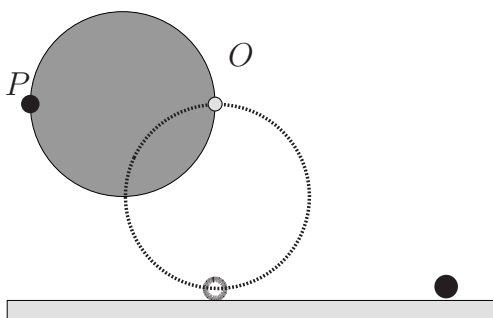
2c) per la conservazione dell'energia meccanica $\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_{max}$ da cui $h_{max} = \frac{v_B^2}{2g} = 1.1 \text{ m/s}$

2d) per un angolo θ generico $N - mg \cos \theta$ è uguale alla forza centripeta $F_c = \frac{mv^2}{R}$, usando la risposta b)

$$N - mg \cos \theta = \frac{m}{R} (v_B^2 - 2gR(1 - \cos \theta))$$

quindi a $\theta = \frac{\pi}{2}$, si ha $N = \frac{m}{R}v_B^2 - 2mg = 8.84 \text{ N}$

3. Un disco sottile ed omogeneo di massa $M = 250 \text{ g}$ e raggio $R = 0.6 \text{ m}$ è libero di ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale, ad esso ortogonale e passante per un punto O del bordo del disco. Al punto P del disco diametralmente opposto ad O è incollata una pallina di massa $m_1 = 90 \text{ g}$ e dimensioni trascurabili. Il disco è tenuto inizialmente fermo, con P ed O alla stessa quota verticale, poi viene lasciato libero di muoversi. Calcolare:



a) il momento di inerzia I_S del sistema disco più pallina attorno all'asse di rotazione considerato, sapendo che il momento di inerzia del solo disco attorno ad un asse passante per il centro del disco e parallelo al precedente è $I = \frac{MR^2}{2}$;

b) la velocità angolare ω del disco in rotazione quando la pallina arriva sulla verticale del punto O .

Si immagini ora che, quando arriva sulla verticale del punto O , la pallina si stacchi dal disco e prosegua lungo un guida orizzontale liscia, fino ad urtare centralmente, con urto elastico, una seconda pallina di massa m_2 inizialmente ferma.

c) Se si osserva la prima pallina rimbalzare indietro con velocità, in modulo, $v'_1 = 2.5 \text{ m/s}$, quanto vale m_2 ?

Risposte (espressione analitica e valore numerico):

3a) il momento di inerzia totale è uguale alla somma del momento di inerzia di m_1 rispetto

a un asse passante per O, quindi distante $2R$, e del momento di inerzia del disco rispetto a un asse passante per un punto del bordo che si ottiene usando il teorema degli assi paralleli. In totale si ha $I_S = m_1(2R)^2 + \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = m_14R^2 + \frac{3}{2}MR^2 = 0.265 \text{ kg m}^2$

3b) Non ci sono attriti quindi l'energia meccanica si conserva. Prendendo come zero dell'energia potenziale la quota della guida orizzontale si ha

$$m_1g2R + Mg2R = \frac{1}{2}I_S\omega^2 + 0 + MgR \rightarrow \omega^2 = \frac{2gR(M + 2m_1)}{(\frac{3}{2}M + 4m_1)R^2}$$

da cui $\omega = 2\sqrt{\frac{g(M+2m_1)}{R(3M+8m_1)}} = 4.37 \text{ rad/s}$.

3c) L'urto è elastico: prima dell'urto $v_1 = \omega 2R = 5.25 \text{ m/s}$ e $v_2 = 0$; dopo l'urto la velocità v'_1 è data da

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 \quad m_1(v_1 - v'_1) = m_2(v_1 + v'_1) \quad m_2 = \frac{v_1 - v'_1}{v_1 + v'_1}m_1 = 0.25 \text{ kg}$$