

Università degli Studi di Parma
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica, Elettronica e delle Telecomunicazioni
Prova Intermedia di FISICA GENERALE 1 (6 maggio 2016) (B)

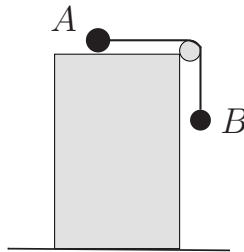
Nome Cognome:

Numero di matricola:

1. Un corpo A di massa m_A poggia su un piano orizzontale con coefficienti di attrito statico e dinamico $\mu_s = 0.6$ e $\mu_d = 0.5$, rispettivamente. Un filo (inestensibile e di massa trascurabile) può scorrere senza attriti su una carrucola e collega il corpo A ad un corpo B di massa $m_B = 3\text{ kg}$, sospeso come in figura.

- a) Si determini il valore minimo di m_A per cui il corpo, se in quiete, rimane fermo.
Si supponga ora che sia $m_A = 2\text{ kg}$ e che la velocità iniziale di B sia nulla. Si determinino:
b) l'accelerazione di A;
c) la velocità di B quando si è abbassato di $h = 30\text{ cm}$ (A rimane sul piano).

Risposte (espressione analitica e valore numerico):



- 1a) La legge di Newton per B: $T = m_B g$; quella per A: $T - f_s = m_A a = 0$ da cui $m_B g = f_s \leq f_{s,max} = \mu_s m_A g$ quindi $m_A \geq \frac{m_B}{\mu_s} = 5\text{ kg}$

- 1b) I due corpi si muovono con la stessa accelerazione a . La legge di Newton per A e B si scrive:

$$\begin{aligned} T - \mu_k m_A g &= m_A a & T &= \mu_k m_A g + m_A a \\ m_B g - T &= m_B a & m_B g - \mu_k m_A g - m_A a &= m_B a & a &= \frac{m_B - \mu_k m_A}{m_A + m_B} g \end{aligned}$$

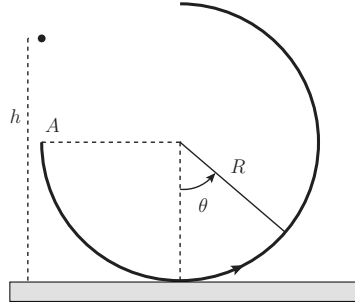
$$a = 3.92\text{ m/s}^2.$$

- 1c) moto uniformemente accelerato $v_B^2 - 0 = 2ay$ da cui $v_B = \sqrt{2ay} = 1.53\text{ m/s}$

2. Una porzione di guida circolare di lunghezza pari a $3/4$ della circonferenza è posta in un piano verticale, appoggiata ad un piano orizzontale. Denotando con θ l'angolo misurato a partire dal punto di appoggio, in verso antiorario lungo la guida, quest'ultima ha un estremo A a $\theta = -90^\circ$, come in figura. La guida è liscia e incernierata al punto di appoggio e ha un raggio $R = 40\text{ cm}$. Un corpo di massa $m = 2\text{ kg}$ cade, con velocità iniziale nulla, da un'altezza $h = \frac{7}{4}R$ dal piano d'appoggio, verticalmente sopra A, inserendosi poi in A nella guida. Si determinino:

- a) la velocità del corpo in A;
b) l'espressione analitica per la velocità $v(\theta)$ del corpo ad un generico angolo θ ;
c) la reazione vincolare $N(\theta)$ esercitata dalla guida ad un generico angolo θ ;
d) l'angolo θ_0 a cui il corpo si stacca dalla guida.

Risposte (solo analitica per b) e c):



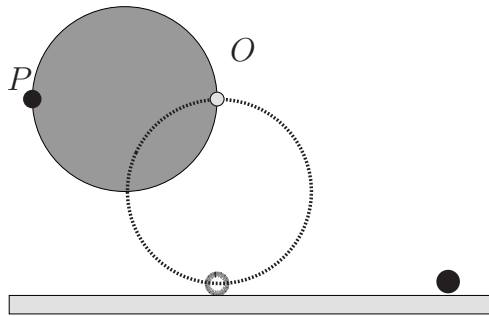
2a) $\Delta y = \frac{7}{4}R - R = \frac{3}{4}R$, fino all'entrata nella guida il moto è di caduta libera quindi $v = \sqrt{2g\frac{3}{4}R} = 2.42 \text{ m/s}$

2b) per la conservazione dell'energia meccanica $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1 - \cos \theta)$ da cui $v = \sqrt{gR(\frac{3}{2} + 2 \cos \theta)}$

2c) $N - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R} = mg(\frac{3}{2} + 2 \cos \theta)$ da cui $N = mg(\frac{3}{2} + 3 \cos \theta)$

2d) il corpo si stacca dalla guida quando $N = 0$, quindi quando $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ cioè $\theta = 120^\circ$ (l'altra soluzione $\theta = -120^\circ$ è ovviamente da scartare, in quanto corrisponde a un angolo per cui il corpo non è ancora entrato nella guida)

3. Un disco sottile ed omogeneo di massa $M = 250 \text{ g}$ e raggio $R = 0.6 \text{ m}$ è libero di ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale, ad esso ortogonale e passante per un punto O del bordo del disco. Al punto P del disco diametralmente opposto ad O è incollata una pallina di massa $m_1 = 90 \text{ g}$ e dimensioni trascurabili. Il disco è tenuto inizialmente fermo, con P ed O alla stessa quota verticale, poi viene lasciato libero di muoversi. Calcolare:



a) il momento di inerzia I_S del sistema disco più pallina attorno all'asse di rotazione considerato, sapendo che il momento di inerzia del solo disco attorno ad un asse passante per il centro del disco e parallelo al precedente è $I = \frac{MR^2}{2}$;

b) la velocità angolare ω del disco in rotazione quando la pallina arriva sulla verticale del punto O .

Si immagini ora che, quando arriva sulla verticale del punto O , la pallina si stacchi dal disco e prosegua lungo una guida orizzontale liscia, fino ad urtare centralmente, con urto elastico, una seconda pallina di massa m_2 inizialmente ferma.

c) Se si osserva la prima pallina rimbalzare indietro con velocità, in modulo, $v'_1 = 2.5 \text{ m/s}$, quanto vale m_2 ?

Risposte (espressione analitica e valore numerico):

3a) il momento di inerzia totale è uguale alla somma del momento di inerzia di m_1 rispetto a un asse passante per O , quindi distante $2R$, e del momento di inerzia del disco rispetto a un asse passante per un punto del bordo che si ottiene usando il teorema degli assi paralleli. In totale si ha $I_S = m_1(2R)^2 + \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = m_14R^2 + \frac{3}{2}MR^2 = 0.265 \text{ kg m}^2$

3b) Non ci sono attriti quindi l'energia meccanica si conserva. Prendendo come zero

dell'energia potenziale la quota della guida orizzontale si ha

$$m_1 g 2R + M g 2R = \frac{1}{2} I_S \omega^2 + 0 + M g R \rightarrow \omega^2 = \frac{2gR(M + 2m_1)}{(\frac{3}{2}M + 4m_1)R^2}$$

da cui $\omega = 2\sqrt{\frac{g(M+2m_1)}{R(3M+8m_1)}} = 4.37 \text{ rad/s}$.

3c) L'urto è elastico: prima dell'urto $v_1 = \omega 2R = 5.25 \text{ m/s}$ e $v_2 = 0$; dopo l'urto la velocità v'_1 è data da

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad m_1(v_1 - v'_1) = m_2(v_1 + v'_1) \quad m_2 = \frac{v_1 - v'_1}{v_1 + v'_1} m_1 = 0.25 \text{ kg}$$