

Statica dei fluidi

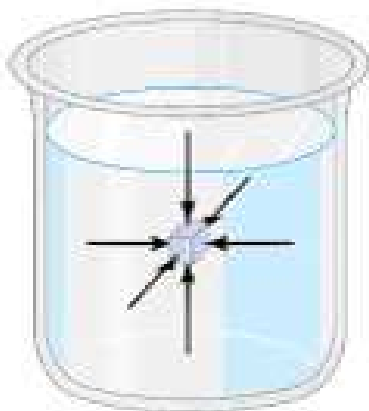
Fluido: una sostanza che può scorrere se sottoposta a delle forze tangenziali.

Stati della materia:

- * Solido: volume e forma definiti (incompressibile)
- * Liquido: solo volume definito (incompressibile)
- * Gas: volume e forma non definiti (ben compressibile)

Liquidi e gas vanno sotto il nome di **fluidi**. Consideriamo un fluido come un sistema continuo di infiniti elementi di massa $dm = \rho dV$

Se il fluido è in quiete le forze tra i diversi elementi del fluido devono essere ortogonali alla superficie di separazione (altrimenti il fluido scorre).

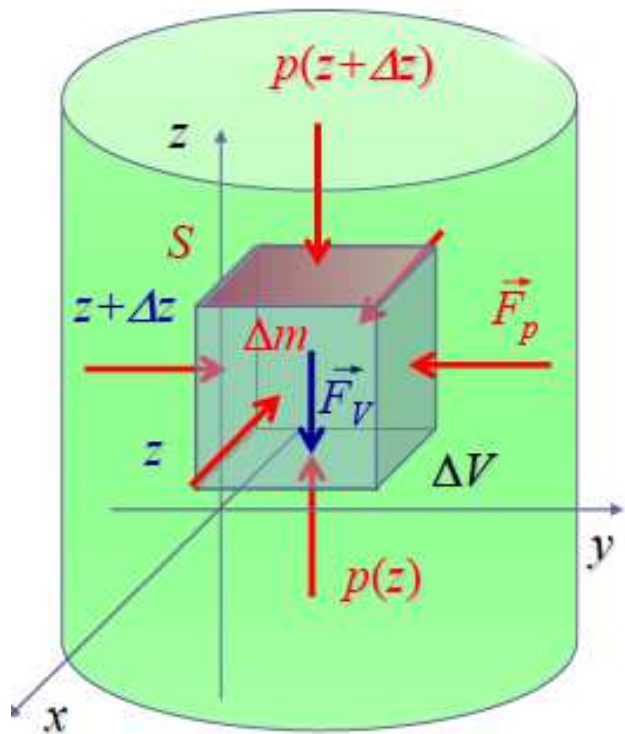


- * La pressione di un fluido non dipende dall'orientazione della superficie

$$\bar{p} = \frac{F}{S} \quad p = \frac{dF}{dS}$$

- * p è una funzione scalare, in generale dipende dal punto all'interno del fluido.
- * L'unità di misura nel SI è $N/m^2 = Pa$ (Pascal).

Si usa anche il bar: $1 \text{ bar} = 10^5 Pa$ e l'atmosfera $1 atm = 1.013 bar$.



Sull'elemento di fluido $\Delta m = \rho \Delta V$ agiscono le forze di pressione e la forza peso:

lungo z : $p(z)S - p(z + \Delta z)S - \Delta mg = 0$

lungo x : $p(x)S - p(x + \Delta x)S = 0$ (idem per y)

Posto $p(z + \Delta z) = p + \Delta p$ e $\Delta m = \rho \Delta z S$ si ha

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = -\rho g \quad \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\Delta p}{\Delta y} = 0$$

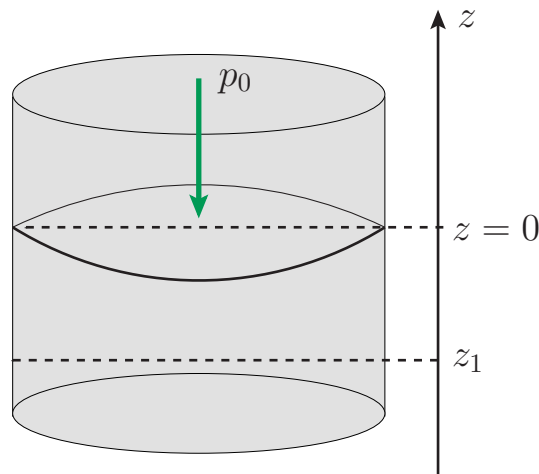
siccome agisce la forza peso p non può essere costante (solo nel caso dei gas rarefatti in cui $\rho \sim 0$ la forza peso è trascurabile e p è costante).

Questo all'interno del liquido: quando si arriva alla parete: la reazione delle pareti del recipiente sul liquido è uguale alla pressione del liquido.

* p varia con $z \Rightarrow p = \text{cost.}$ in un piano $\perp z$.

* La superficie libera del liquido è orizzontale.

* la densità del liquido è costante quindi anche per un intervallo Δz finito si ha $\Delta p = -\rho g \Delta z$:



$$p(z_2) - p(z_1) = -\rho g(z_2 - z_1)$$

per $z_2 = 0 = \text{livello del liquido}$ e $z_1 = -h$

$$p(h) = p_0 + \rho g h \quad \text{Legge di Stevino}$$

In un bacino d'acqua sottoposto alla p_{atm} alla profondità h si ha

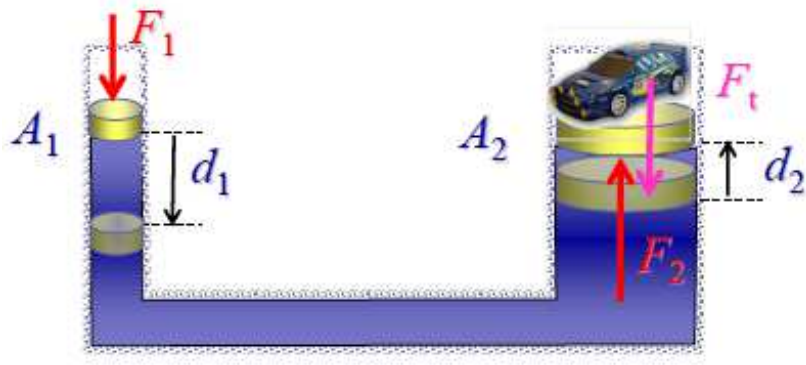
$$p(h) = (10^5 + 9.8 \times 10^3 h) \text{ Pa}$$

p aumenta di circa 10^5 Pa ogni 10 m di profondità.

Principio di Pascal: una variazione di pressione all'esterno produce una variazione di pressione uguale all'interno del liquido.

$$\Delta p(h) = \Delta p_0 + \Delta(\rho g h) = \Delta p_0$$

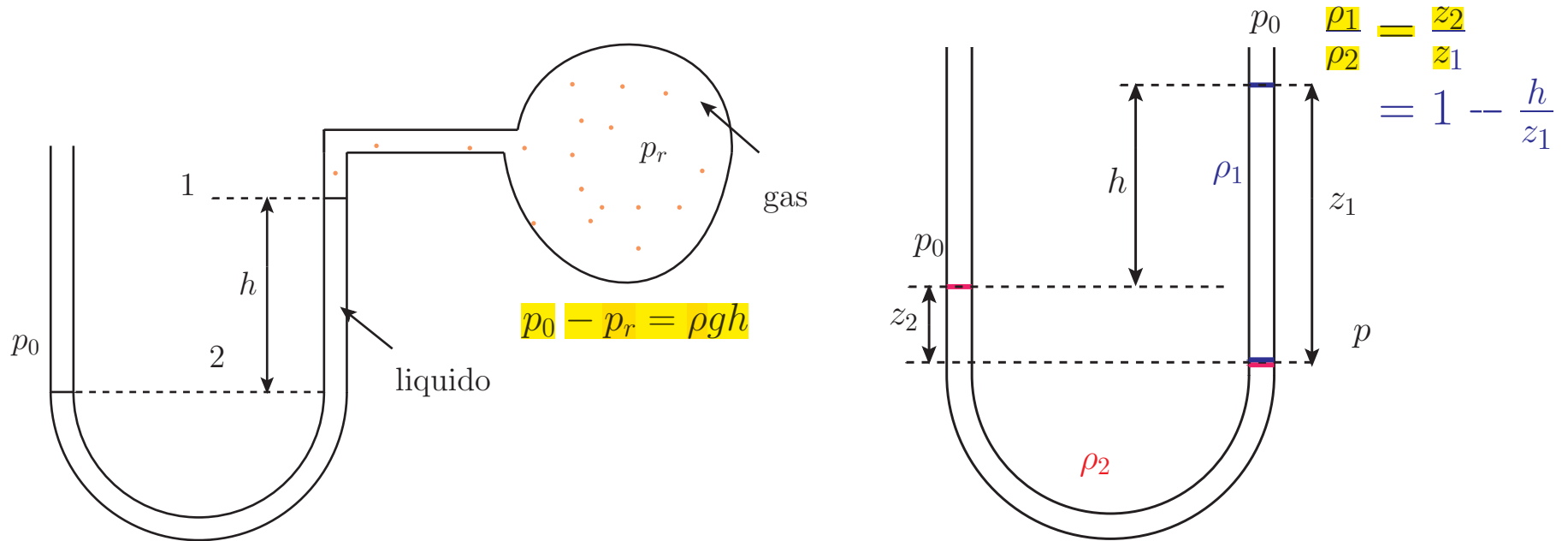
è alla base delle **leve idrauliche**



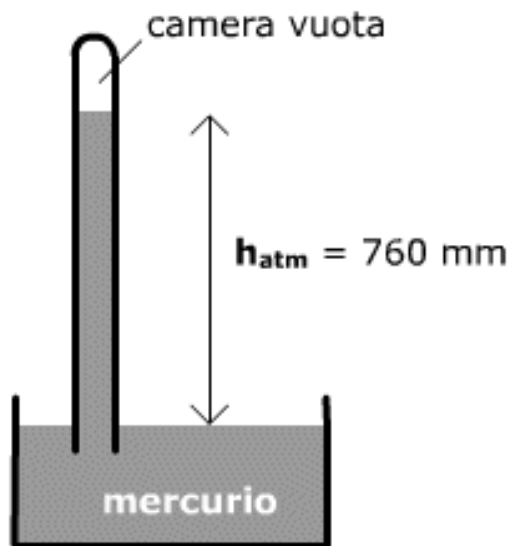
$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} = p_2 = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

se $A_2 > A_1$, basta agire con $F_1 < F_2$

Il liquido è incompressibile, quindi se a sinistra il livello si abbassa di d_1 a destra si alza di d_2 con $d_1 A_1 = d_2 A_2$.



- * **Manometro a tubo aperto:** la pressione relativa di un gas p_r si determina dalla misura del livello del liquido nella colonna (a sinistra)
- * **liquidi immiscibili:** dalla misura delle quote si determina il rapporto tra le densità dei due liquidi (a destra)



nel vuoto $p \sim 0$ quindi

$$\rho g h = p_0$$

utilizzando come liquido del mercurio
(densità del mercurio $\rho_{Hg} = 13.595 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)
si misura un $h = 760 \text{ mm}$ da cui si trova
 $p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$

Se si usa dell'acqua si misura $h = 10.33 \text{ m}$

* Variazione della pressione atmosferica con l'altezza

Per un liquido la densità è costante ma per un gas no, quindi la legge di Stevino va applicata in forma differenziale:

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\rho(z)g$$

assumendo per l'aria un comportamento tipo gas ideale a temperatura costante: $pV = p_0V_0$ (legge di Boyle), dove il pedice 0 indica le quantità a livello del mare ($z = 0$). D'altra parte il volume del gas è inversamente proporzionale alla sua densità, cioè

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{p_0}p$$

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\frac{p(z)}{p_0}\rho_0g \Rightarrow \frac{dp(z)}{p(z)} = -\frac{\rho_0}{p_0}g dz \equiv \frac{dz}{h}$$

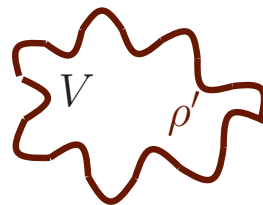
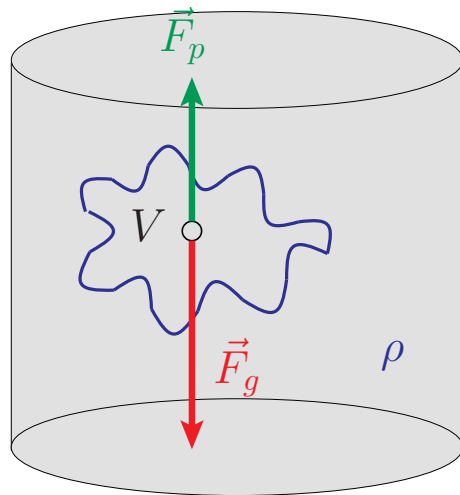
dove si 'e introdotta la lunghezza caratteristica $h \equiv \frac{p_0}{\rho_0g} \simeq 8000 \text{ m}$ integrando l'equazione differenziale

$$\log\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{z}{h} \Rightarrow p(z) = p_0 e^{-z/h}$$

come risultato sull'Everest la pressione 'e ridotta a circa il 35% del valore al livello del mare (in realtà bisognerebbe tener conto che la temperatura dell'aria non è costante con l'altezza).

* Principio di Archimede

Sulla porzione di fluido contenuta nel volume V il resto del fluido agisce con una forza la cui risultante è $\vec{F}_p$: il fluido è in equilibrio sotto l'azione



della gravità $\vec{F}_p + \vec{F}_g = 0 \Rightarrow$

$$\vec{F}_p = -m\vec{g}$$

con $m = \rho V$.

Se il volume occupato dal liquido viene sostituito con un altro corpo di densità ρ' il sistema non è più in equilibrio e sul corpo c'è una forza

$$\vec{F} = \vec{F}_p - m'\vec{g} = V(\rho - \rho')\vec{g}$$

diretta verso l'alto se $\rho' < \rho$.

$\vec{F}_A = -\rho V \vec{g}$ è detta **spinta di Archimede** (è verso l'alto) ed è uguale al peso del volume di fluido spostato dal corpo.

Quando il corpo è completamente immerso il centro di spinta (punto di applicazione della forza di Archimede) e il centro di massa del corpo coincidono.

In generale no e può nascere un momento risultante non nullo: che per una barca inclinata può essere equilibrante (figura centrale) disequilibrante (figura a destra)

