Università degli Studi di Parma

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

anno accademico 2014-2015

Fisica 1



Prof. Enrico Onofri,
titolare del corso

Dr. Emilia Liviotti,
esercitazioni

8 giugno 2015

CALORE

Che cos'è
Quali leggi lo regolano
Energia meccanica ⟷ calore
Modello microscopico (teoria cinetica dei gas)
Le tre leggi della termodinamica

Gettys Cap.16-19

8 giugno 2015

Solo alcune idee basilari da esporre in tre ore di lezione!

La termodinamica si occupa principalmente delle trasformazioni da calore in lavoro meccanico e viceversa. Si tratta di una branca ben delimitata della Fisica che nasce e si sviluppa in parallelo con l'avvento dello sfruttamente a fini pratici dell'energia sprigionata dal vapore (inizio XIX secolo).

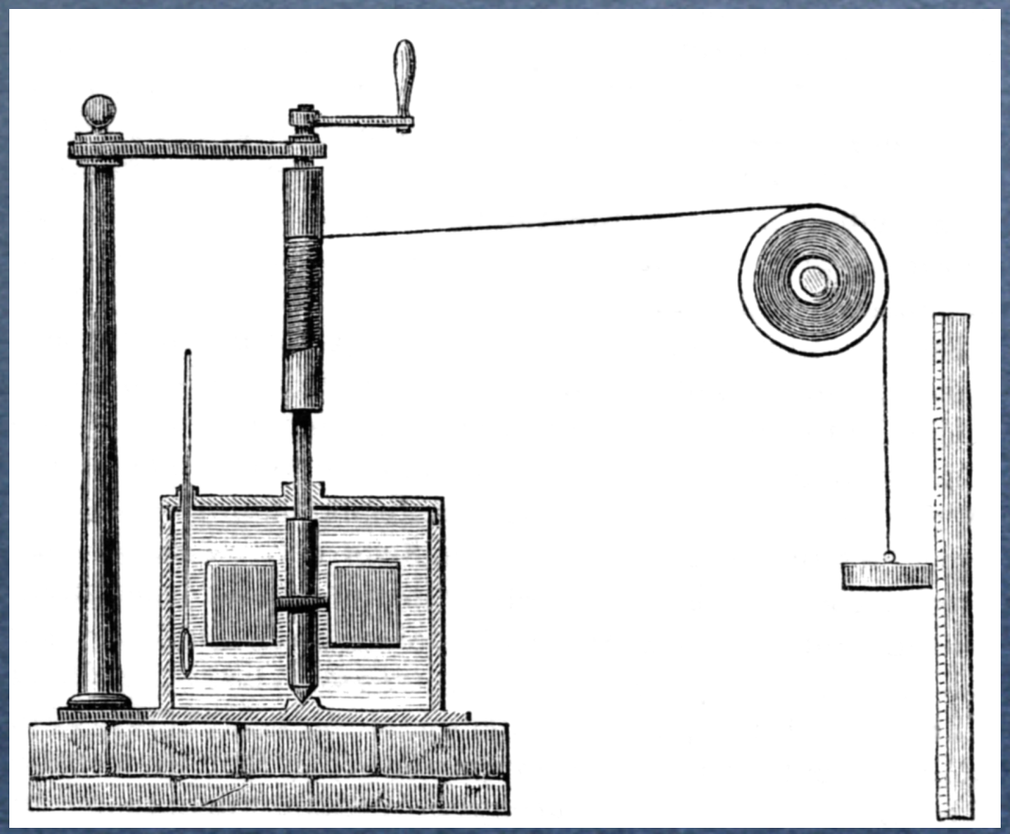
Il tema centrale è quello della equivalenza

calore ⟷ lavoro ⟷ energia meccanica

Esso costituisce il primo passo verso la conoscenza più profonda dei fenomeni fisici uscendo dall'ambito ristretto della meccanica di Newton - primo passo verso una unificazione ancora più avanzata dovuta ad Einstein:

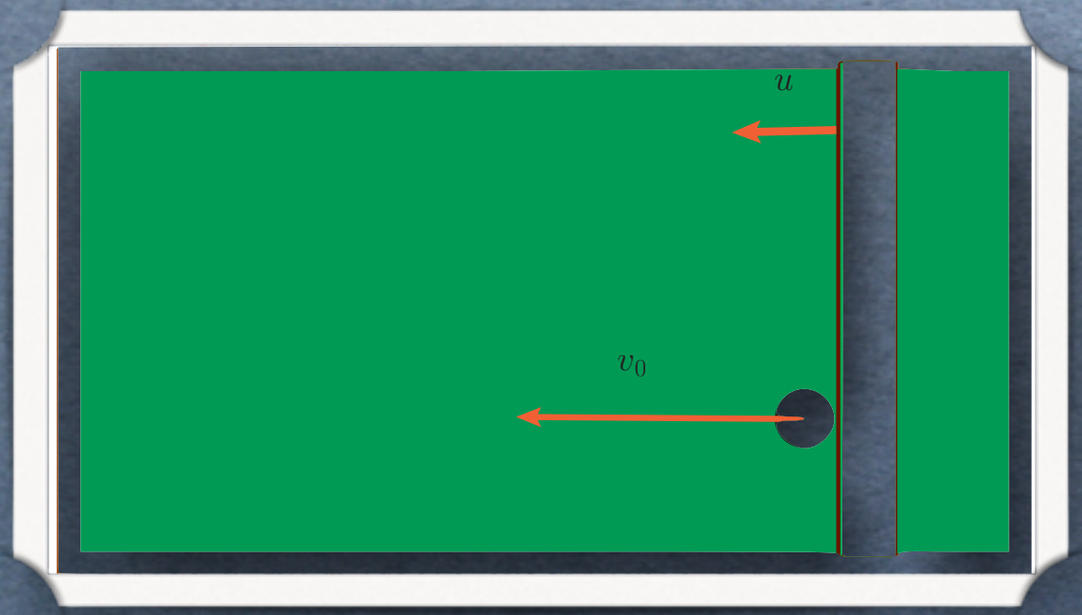
massa ⟷ energia

Joule dimostrò l'equivalenza lavoro-calore in un famoso esperimento in cui misurò il riscaldamento di un fluido sottoposto ad agitazione meccanica. Una volta stabilita l'equivalenza calore-lavoro è automatico utilizzare la stessa unità di misura. Per tradizione oltre al Joule/erg si utilizza ancora la "caloria" equivalente a ~4.2 J che ha una sua "naturalezza" come vedremo piú avanti.



La base concettuale per la comprensione delle leggi della termodinamica (conduzione e trasformazione del calore) risiede nella descrizione atomica della materia. Ad es. un gas si può concepire come un insieme di particelle (molecole) dotate di massa e velocità in debole interazione tra loro.
L’idea più semplice è quella che *identifica il calore con l’energia cinetica delle molecole* e la pressione del gas sulle pareti del recipiente che lo contiene con *l’effetto degli urti delle molecole contro le pareti.*

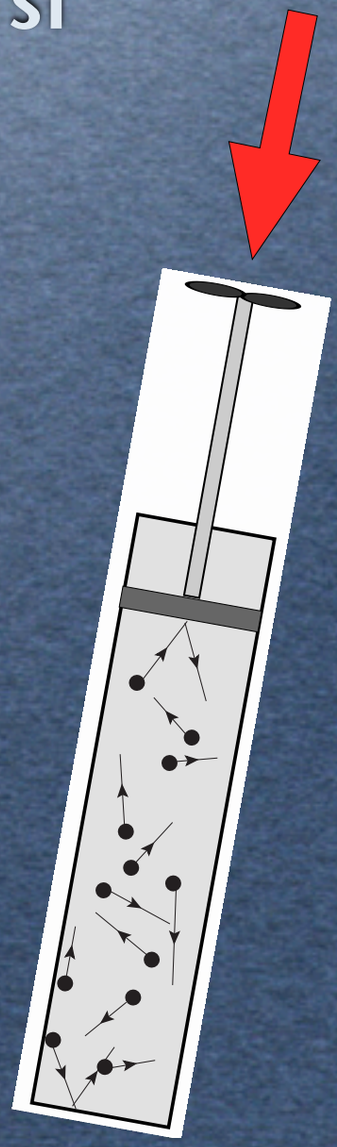
Ricordate il problema della massa che rimbalza sulle pareti di un biliardo?



Immaginiamo che la palla di biliardo abbia una massa di 3.35×10^{-27}kg e però ce ne siano $N_A=6.02\times10^{23}$ presenti sul biliardo! La parete mobile esercita una pressione sul gas e gli cede energia in quanto ogni urto porta a un aumento della velocità delle molecole. Dunque: pressione = impulso scambiato tra le molecole e la parete. Vedremo con un calcolo esplicito come rendere precisa questa idea.

La cifra $m=3.35\times10^{-27}kg$ si riferisce all'idrogeno H_2. Altri gas sono caratterizzati da un diverso peso molecolare come insegna la Chimica. Ma il modello funziona per tutti. Si parla di gas "perfetto" quando si usa il modello più semplice che trascura le forze che si esercitano tra le molecole del gas.

Secondo le leggi che regolano l'urto elastico all'interno della pompa il pistone esercita una pressione sul gas e l'esperienza comune ci dice che il gas si scalda. Dal punto di vista microscopico il pistone cede energia alle molecole ad ogni urto. Questo induce a ritenere che la pressione sia la manifestazione macroscopica del rinculo dovuto agli urti delle molecole e il calore sia legato all'energia cinetica delle molecole.



Vediamo allora come si può valutare la pressione esercitata dalle molecole sulle pareti del contenitore. Immaginiamo quest'ultimo a forma di parallelepipedo rettangolo. Consideriamo la faccia ortogonale alla direzione ***x*** e chiediamoci quante molecole rimbalzano su questa faccia in un tempo ***dt***.

Ora non tutte le molecole avranno la stessa velocità, ma ammettiamo che una percentuale $\rho(v)dv$ abbia velocità compresa nel volumetto dv.

Maxwell ha scoperto una formula per $\rho(v)$ molto semplice valida per i gas perfetti e verificata con vari esperimenti con fasci molecolari

$$\rho(\boldsymbol{v}) = Z\, exp\{-\beta m v^2/2\}$$

dove Z è fissata in modo che $\int \rho(\boldsymbol{v})\, d^3\boldsymbol{v} = 1$

Questa funzione ρ è detta "una Maxwelliana", anche se prima di lui Gauss avesse studiato la funzione $G(x)=exp\{-½\ x^2/\sigma\}$ e calcolato $\int dx\ G(x) = (2\pi\sigma)^{½}$. Dunque se nel contenitore sono presenti N molecole nel volume V, il numero di molecole che nell'intervallo Δt rimbalza sulla parete sarà dato da

$$N/V\ v_x\ \Delta t\ A\ \rho(v)\ d^3v$$

e tutte queste molecole trasferiscono un impulso dell'ordine di $m\ v_x$ alla parete. Di conseguenza, tenendo conto di tutte le possibili velocità, si ottiene

$$p = F/A \simeq N/V\ m\ \langle v_x^2\rangle = ⅓\ N/V\ m\ \langle v^2\rangle = ⅔\ N/V\ \langle E\rangle$$

ossia

$$p\ V = ⅔\ N\ \langle E\rangle$$

Dalla formula di Gauss si ha che $\langle x^2\rangle = \sigma$ o, nel caso di Maxwell, $\langle v^2\rangle = 3/(m\beta)$ che dà infine

$$pV = N/\beta$$

La costante β deve avere a che fare con la temperatura del gas, l'idea essendo che alta temperatura significa grande energia cinetica molecolare. La scala delle temperature è fissata ponendo

$$\beta = 1/kT$$

$k = 1.38\times10^{-23}\ J\ K^{-1}$ è chiamata la "costante di Boltzmann"; K indica il grado standard di temperatura (Kelvin). Se il gas è composto da n moli, cioè $N=n\ N_A$ allora si può scrivere, utilizzando unità più vicine alla pratica di laboratorio,

$$pV = n\ RT$$

essendo $R= k\ N_A = 8.31\ J\ K^{-1}/mole$ la cosiddetta "costante dei gas".

L'idea che permette di analizzare facilmente qualunque problema di termodinamica dei gas perfetti in condizioni di equilibrio è la seguente: In condizioni di equilibrio, dunque pressione, volume e temperatura costanti, ogni grado di libertà del gas è caratterizzata da una

energia media pari a ½kT.

Una mole di gas monoatomico, dunque $3N_A$ gradi di libertà (movimento traslazionale in 3 dimensioni) avrà una energia interna pari a

$$E = 3/2\ N_A\ kT$$

e come sappiamo $N_Ak = R = 8.31$ **J/mole.** Un gas formato di molecole strutturate cosí da poter essere pensate come corpi rigidi avrà 6 gradi di libertà (traslazionali + rotazionali) e per questi vale

$$E = 3\ N_AkT$$

Notare la semplice relazione

$$\tfrac{1}{2}R \sim 4.2\text{J K}^{-1}\text{/mole=1cal K}^{-1}\text{/mole/}$$

Una curiosità: ***qual'è la velocità media di una molecola in un gas come l'idrogeno a temperatura T~300⁰K?***

Sappiamo che $\frac{1}{2}m\langle v^2\rangle \sim 3/2\ k\ T$. Se prendiamo $m=2\times1.67\times10^{-27}$kg (molecola H_2), e $k=1.38\times10^{-23}\ J\ K^{-1}$ si trova $\langle v^2\rangle \sim 1.2\times 10^4\ T \sim 3.6\times10^6\ (m/s)^2$ ossia v~2 km/s (a temperatura ambiente) dunque circa **sette** volte la velocità del suono. L'energia media di agitazione termica è poi circa 6×10^{-21}J da confrontare con la tipica energia di legame delle molecole più semplici, dell'ordine di $1eV\sim1.6\times10^{-19}$J.

La distribuzione di Gauss

$$G(x,\sigma) = (2\pi\sigma)^{-½} \exp\{-x^2/(2\sigma)\}$$

Secondo Maxwell le velocità delle molecole in un gas sono distribuite casualmente secondo una legge di probabilità gaussiana e cioè

$$P(v) = \mathcal{N} \exp\{-½\, m\, v^2/(kT)\}$$

dove k è la costante di Boltzmann, T è la temperatura assoluta e m è la massa di ciascuna molecola. Questo equivale a dire che l'energia cinetica media molecolare coincide con $3/2\ kT$.

FINE

della XV lezione

Prossima lezione martedì
9 giugno
ore 14:30