

Insegnamento di Fisica Generale II

Anno Accademico 2015-2016

Elettrostatica

- Legge di Coulomb e campo elettrico
- Legge di Gauss
- Potenziale elettrico
- Conduttori, capacità e dielettrici

Correnti e Magnetismo

- Corrente e resistenza
- Circuiti in corrente continua
- Il campo magnetico
- Campo magnetico e correnti
- Campi magnetici nella materia

Campi dipendenti dal tempo e Onde

- L'induzione elettromagnetica
- Autoinduzione e mutua induzione
- Circuiti con corrente transiente
- Le equazioni di Maxwell
- Onde elettromagnetiche

Insegnamento di Fisica Generale II

Anno Accademico 2015-2016

Testi consigliati:

-G. Cantatore, L. Vitale, Gettys Fisica 2 Elettromagnetismo-Onde.
McGraw-Hill Libri Italia, Milano, 2011.

Altri testi:

- Halliday-Resnick-Walker – Fondamenti di Fisica– Elettrologia, Magnetismo, Ottica – Ed. CEA
- P.Mazzoldi, M.Nigro, C.Voci – Fisica vol. II Elettromagnetismo - Onde. Ed. EdiSES
- Halliday-Resnick-Krane – Fisica 2 – Ed. CEA

Ricevimento: Mercoledì dalle 11.00 alle 13.00 e Giovedì dalle 14.30 alle 17.30 presso il plesso Fisico del Dipartimento di Fisica e Scienze della Terra

Telefono: 0521 905215

<http://www.fis.unipr.it/fisica2carretta/Fisica2/index.html>

LEGGE DI COULOMB E CAMPO ELETTRICO

L'osservazione di fenomeni di natura elettrica risale al settimo secolo a.C, quando si scoprì che l'ambra, l'ebanite e altri materiali, strofinati con un panno di lana, acquistano la proprietà di attirare corpuscoli leggeri, quali granelli di polvere e pagliuzze.

W. Gilbert chiamò elettrizzati i materiali che acquistano la proprietà di attirare i corpuscoli leggeri e forza elettrica la forza che si manifesta (dal termine electron che è il nome greco dell'ambra).

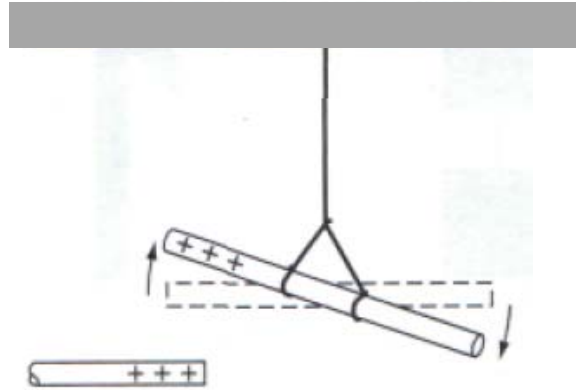
Oggi noi attribuiamo queste forze ad interazioni tra cariche elettriche che esistono nei corpi e che passano da un corpo all'altro durante lo strofinio, per cui i corpi elettrizzati si chiamano anche elettricamente carichi.

L'interazione elettromagnetica tiene insieme nuclei ed elettroni per formare gli atomi, tiene insieme gli atomi per formare le molecole e tiene insieme le molecole per formare gli oggetti macroscopici.

Molti dei fenomeni che vediamo verificarsi attorno a noi sono in ultima analisi effetti delle forze elettromagnetiche.

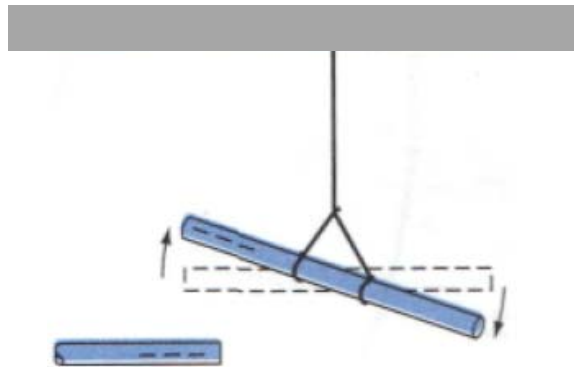
Sia i fenomeni elettrici che quelli magnetici dipendono dalla stessa proprietà della materia, una proprietà che chiamiamo carica elettrica.

Supponiamo di strofinare l'estremità di una bacchetta di vetro con un panno di seta e di appendere la bacchetta a un filo. Poi strofiniamo, sempre con un panno di seta, l'estremità di un'altra bacchetta di vetro:

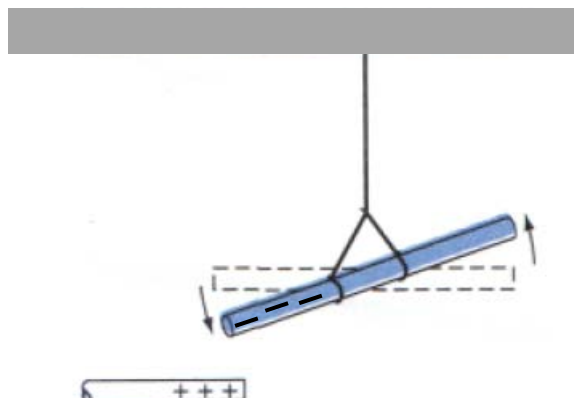


Si dice che le bacchette sono diventate "elettricamente cariche, cioè che "posseggono carica elettrica", e la forza che esercitano l'una sull'altra è chiamata "forza elettrica".

Se si usano bacchette di plastica e un pezzo di pelliccia:



Se poi l'estremità carica della bacchetta di vetro viene avvicinata all'estremità carica della bacchetta di plastica sospesa



Una bacchetta di vetro che sia stata caricata strofinandola con un panno di seta è attratta dal panno. Quindi anche il panno di seta è carico.

Analogamente nell'altro caso.

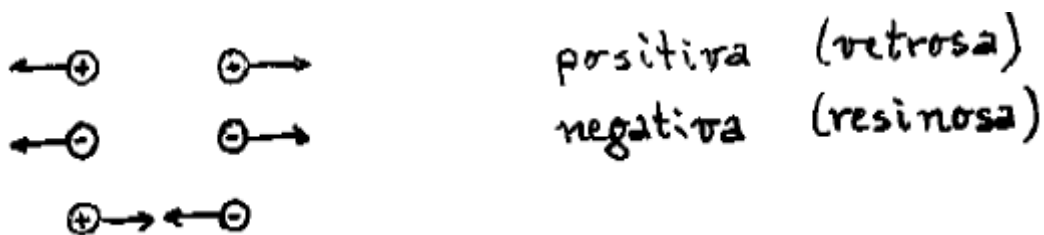
Compiendo esperimenti di questo genere con bacchette fatte di molti materiali diversi e strofinate con panni di molti tipi diversi si trova:

1. La materia contiene **due tipi di carica elettrica**, la carica detta *positiva* e quella *negativa*.

Nei corpi **elettricamente neutri** ci sono **quantità uguali dei due tipi di carica**. Quando i corpi vengono caricati per strofinio, la carica elettrica si trasferisce dall'uno all'altro. Uno dei corpi mostra un eccesso di carica positiva e l'altro un eccesso di carica negativa.

2. Corpi che hanno **cariche in eccesso dello stesso segno si respingono**.

3. Corpi che hanno **cariche in eccesso di segno opposto si attraggono**.



Struttura atomica

$$\begin{aligned} m_p &= 1.6725 \times 10^{-27} \text{ Kg} \\ m_n &= 1.6748 \times 10^{-27} \text{ Kg} \\ m_e &= 9.1091 \times 10^{-31} \text{ Kg} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} R \approx 10^{-15} \text{ m}$$

Isolanti e conduttori

Un **conduttore** è un **materiale attraverso il quale la carica può fluire facilmente**, mentre un **isolante** è un materiale che non consente alla carica di fluire liberamente.

I metalli sono solitamente buoni conduttori mentre i nonmetalli sono di solito buoni isolanti.

Generalmente quando la carica si muove attraverso un materiale sono gli elettroni che si spostano. Si dice che gli **elettroni sono i portatori di carica**.

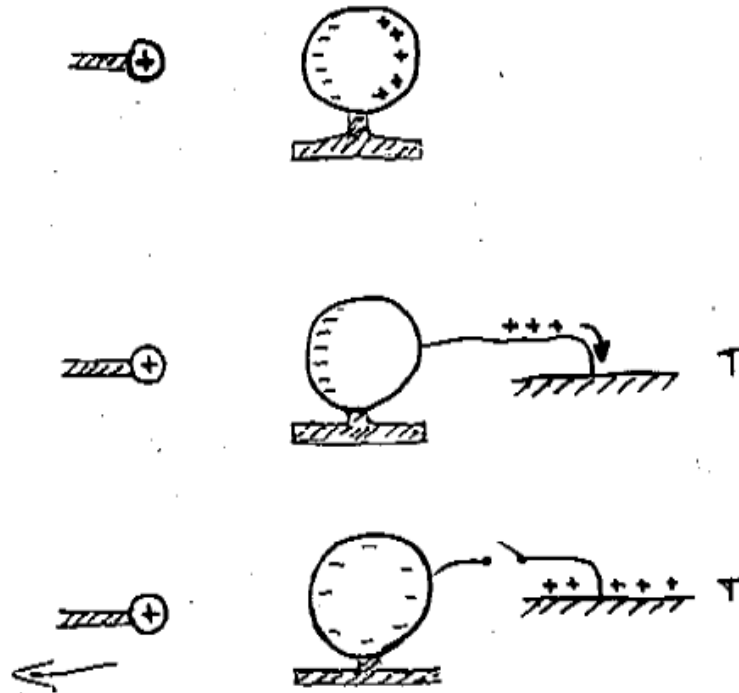
Materiale conduttore: **reticolo di ioni positivi fissi + elettroni "liberi" in grado di muoversi attraverso il materiale**.

Il numero degli elettroni liberi presenti in un conduttore dipende dal materiale, ma è **dell'ordine di uno per atomo**.

In un isolante gli elettroni sono trattenuti dai propri atomi e non possono passare da un sito a quello contiguo.

In un fluido conduttore, quale l'acqua salata il sale nell'acqua si dissocia in ioni positivi e negativi, e gli ioni, che sono in grado di muoversi, sono i portatori di carica.

Induzione elettrostatica



Quando la bacchetta carica positivamente si trova vicino alla **sfera conduttrice**, la **parte della sfera più vicina alla bacchetta ha un eccesso di carica negativa** e la **parte più lontana ha un eccesso di carica positiva** perché:

- cariche di segno opposto si attraggono e cariche dello stesso segno si respingono;
- la carica è in grado di muoversi agevolmente attraverso la sfera conduttrice.

Se la sfera è connessa a terra, le cariche positive possono allontanarsi ulteriormente dalla bacchetta carica percorrendo il filo di messa a terra.

Una volta che il filo è stato rimosso la carica negativa in eccesso rimane sulla sfera.

Quantizzazione della carica elettrica

Le particelle elementari di cui è costituita la materia sono elettricamente neutre o hanno una carica che in modulo ha un ben determinato valore indicato con la lettera e ($-e$ è la carica dell'elettrone):

$$e = 1.60207 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

dove C è il simbolo dell'unità di misura nel SI, il *Coulomb*.

Si può quindi assumere che la carica elettrica di un qualunque oggetto sia un multiplo intero, positivo o negativo, della carica dell'elettrone.

Il valore della carica elementare è molto piccolo e il numero di cariche coinvolte è di solito molto grande, per cui spesso si tratta la carica elettrica come una grandezza continua e non discreta.

Conservazione della carica elettrica

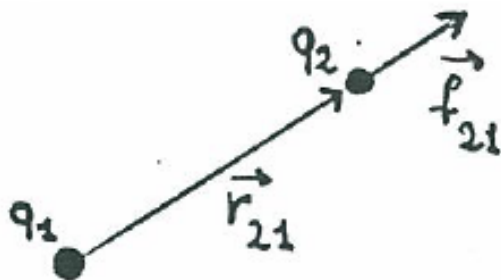
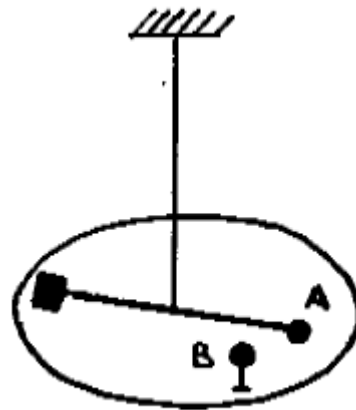
La somma algebrica delle cariche elettriche si mantiene costante nel tempo.

Nei vari processi fisici (ad es. strofinio, contatto) si producono spostamenti di cariche da un corpo ad un altro, ma non si realizza mai la creazione di cariche la cui somma algebrica sia diversa da zero. Ad es. nello strofinio si genera una carica q su un corpo e $-q$ sull'altro.

Legge di Coulomb

La legge che descrive la forza che agisce tra particelle cariche è stata determinata nel 1784 da Charles Augustin Coulomb.

Servendosi di una bilancia di torsione, egli determinò la **dipendenza della forza elettrica dalla distanza e dalla carica**. In suo onore, l'unità SI della carica è chiamata *coulomb* (C).



$$\vec{r}_{21} = r \hat{r}_{21}$$

Consideriamo l'interazione elettrica tra due particelle che possiedono carica q_1 e q_2 . L'esperimento mostra che l'espressione della forza \vec{f}_{21} esercitata da 1 su 2 è

$$\vec{f}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21}$$

Legge di Coulomb

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$$

costante dielettrica
del vuoto

$$\vec{f}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \cong 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

-la forza di Coulomb agente tra particelle cariche è **inversamente proporzionale al quadrato della distanza** (come la forza gravitazionale).

-nella legge di Coulomb è contenuto il fatto che particelle con **cariche dello stesso segno si respingono e particelle con cariche di segno opposto si attraggono**.

-**la forza di Coulomb obbedisce alla terza legge di Newton**. Se \mathbf{f}_{ba} è la forza esercitata da a su b e la forza \mathbf{f}_{ab} esercitata da b su a , allora $\mathbf{f}_{ab} = -\mathbf{f}_{ba}$ e le due forze hanno la stessa retta d'azione.

Principio di sovrapposizione


La forza elettrica agente su di una carica elettrica q in presenza di due o più cariche elettriche (q_1, q_2, \dots, q_n) è la somma vettoriale delle forze elettriche $(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_n)$ esercitate su q da ciascuna delle n cariche elettriche considerate singolarmente:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \dots + \mathbf{f}_n$$

q_1 • protone $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
 q_2 • electrone

$$m_p = 1840 m_e$$

$$m_e = 0.91 \times 10^{-30} \text{ kg}$$


 $r_0 \approx 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e \cdot e}{r_0^2}$$

$$F_G = G \frac{m_p m_e}{r_0^2}$$

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e \cdot e}{r_0^2}}{G \frac{m_p m_e}{r_0^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{e^2}{1840 m_e^2} =$$

$\uparrow 6.7 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$

$$= \frac{9 \times 10^9}{6.7 \times 10^{-11}} \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{1.84 \times 10^3 \times (0.91 \times 10^{-30})^2} = 2.25 \times 10^{39}$$



Campo elettrico



La presenza della carica **Q** modifica le proprietà dello spazio **circostante** (assumiamo che Q sia fissata in un punto).

Infatti una carica q (detta carica di prova) in un punto a distanza r subisce una forza

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^3} \vec{r}$$

In analogia con quanto fatto per il campo gravitazionale, definiamo **campo elettrico E**

$$\vec{E}(\vec{r}) \equiv \vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r}$$

↑
nel vuoto

↙
sorgente

per q piccola.

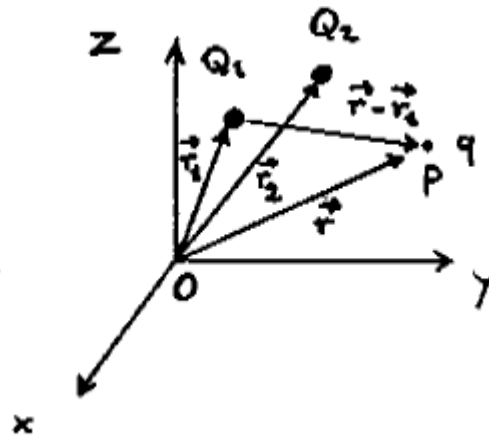
Non dipende da q .

E ha le dimensioni di una forza diviso una carica e si misura in Newton/Coulomb o in Volt/Metro.

Se ho un **gruppo di cariche che generano il campo elettrico E** , in un punto P il campo è sempre definito come rapporto tra la forza elettrica F esercitata dal gruppo sulla carica di prova q e la carica q stessa:

$$\vec{E}(\vec{r}) \equiv \vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}}{q}$$

Siccome il **principio di sovrapposizione** vale per la forza di Coulomb, si avrà un principio di sovrapposizione per il campo elettrico.



$$\vec{E}_o(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3} (\vec{r} - \vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|^3} (\vec{r} - \vec{r}_2)$$

$$\boxed{\vec{E}_o(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)}$$

Ad es.

$$E_{ox}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i (x - x_i)}{[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{3/2}}$$

Quando si misura un campo elettrico, la carica di prova deve essere sufficientemente piccola da non alterare in modo significativo la distribuzione di carica che genera il campo.

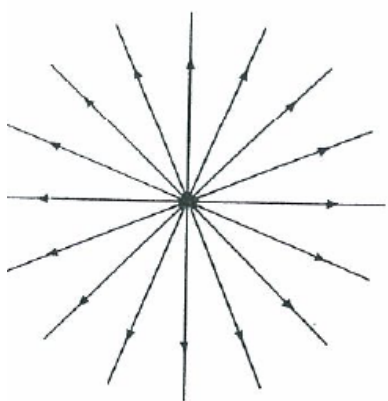
Linee di forza del campo elettrico

Le linee di forza del campo elettrico sono quelle **linee orientate la cui tangente in ogni punto ha la stessa direzione e verso del campo E in quel punto.**

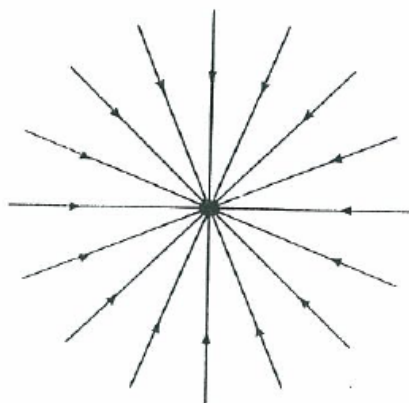
In una data rappresentazione, la densità di linee di forza dipende dal modulo del campo. Nelle regioni in cui le linee sono fitte E è grande, mentre dove sono rare E è piccolo.

Un campo uniforme è rappresentato da linee di forza equidistanti, rettilinee e parallele.

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r}$$



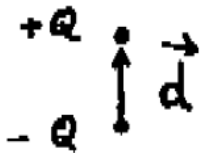
$Q > 0$



$Q < 0$

Dipolo elettrico

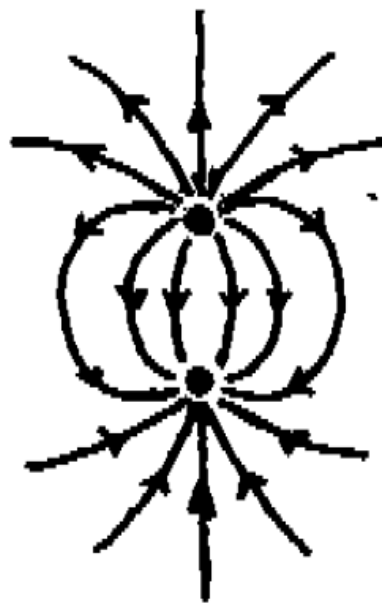
Un dipolo elettrico è costituito da due cariche opposte ($q_1 = Q = -q_2$) a distanza fissa d (in genere molto piccola rispetto alle altre distanze).



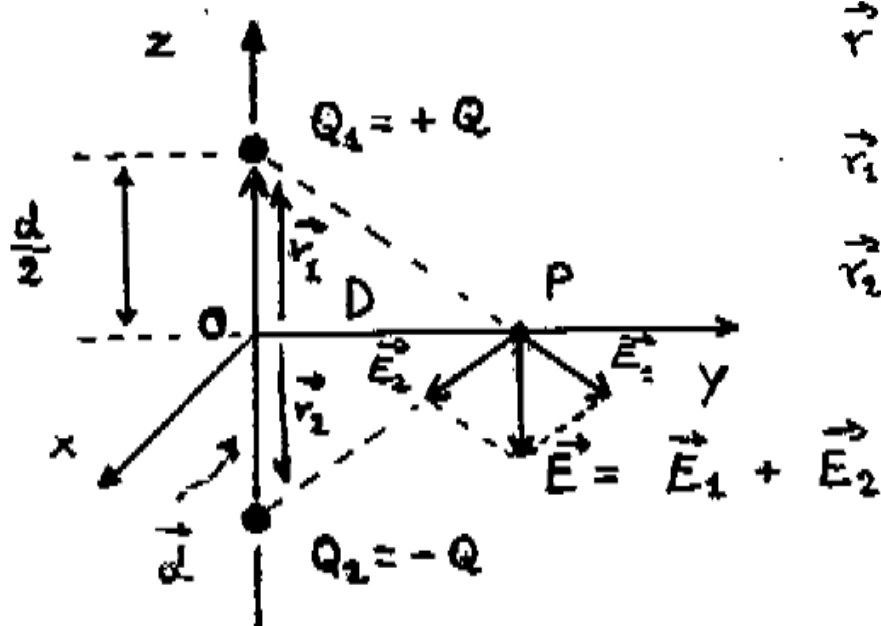
$$\vec{p} = Q \vec{d} \quad \text{momento elettrico di dipolo}$$

Il campo \mathbf{E} si calcola sfruttando il principio di sovrapposizione. Si trova che il campo elettrico prodotto da un dipolo elettrico in un punto a distanza grande rispetto alle dimensioni del dipolo stesso ($r \gg d$) è

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} [3(\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{p}}]$$



\mathbf{p} caratterizza completamente il dipolo: conoscendone il valore è possibile calcolare gli effetti del dipolo sull'ambiente circostante e gli effetti dell'ambiente circostante sul dipolo.



$$\vec{r} \equiv (x, y, z) = (0, D, 0)$$

$$\vec{r}_1 \equiv (x_1, y_1, z_1) = (0, 0, \frac{d}{2})$$

$$\vec{r}_2 \equiv (x_2, y_2, z_2) = (0, 0, -\frac{d}{2})$$

$$|\vec{r} - \vec{r}_1| = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} = \sqrt{D^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \equiv \Delta$$

$$E_{\bullet x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta^3} [Q(x-x_1) - Q(x-x_2)] = 0$$

$$E_{\bullet y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta^3} [Q(y-y_1) - Q(y-y_2)] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta^3} [QD - QD] = 0$$

$$E_{\bullet z} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta^3} [Q(z-z_1) - Q(z-z_2)] =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta^3} \left[Q\left(-\frac{d}{2}\right) - Q\frac{d}{2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-Qd}{\Delta^3}$$

$$\vec{E}_0(0, D, 0) = \frac{-\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 \left[D^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right]^{3/2}}$$

Campo elettrico generato da distribuzioni continue di carica

La carica che si manifesta nei corpi macroscopici, come le bacchette di plastica, è dovuta a uno squilibrio tra il numero di elettroni e di protoni.

Le cariche presenti su corpi macroscopici sono dovute a grandi numeri di elettroni in eccesso o in difetto. Quindi è possibile trattare la carica come una distribuzione continua di elementi infinitesimi di carica dq .

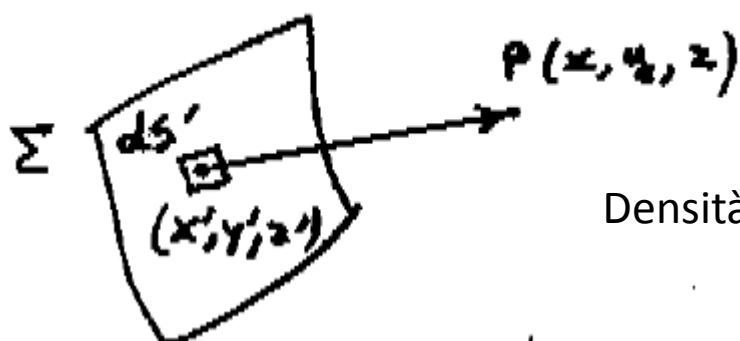
Densità spaziale di carica $\rho(x,y,z)$

$dx dy dz$

$$dq = \rho(x,y,z) d\tau$$

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\tau} \frac{dq(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} (\vec{r}-\vec{r}')$$

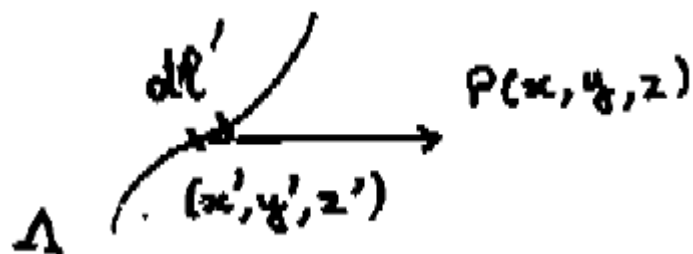
$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\tau} \frac{\rho(x',y',z')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} (\vec{r}-\vec{r}') dx' dy' dz'$$



Densità superficiale di carica $\sigma(x, y, z)$

$$dq = \sigma(x, y, z) ds$$

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Sigma} \frac{\sigma(x', y', z') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} ds'$$



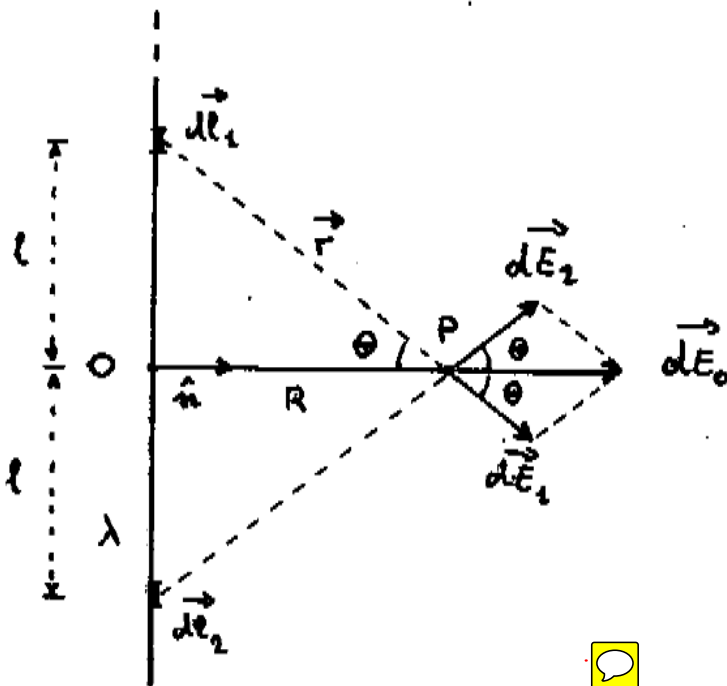
Densità lineare di carica $\lambda(x, y, z)$

$$dq = \lambda(x, y, z) dl$$

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Lambda} \frac{\lambda(x', y', z') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dl'$$

Campo elettrico di una distribuzione lineare di carica

$\lambda = Q/L$



$$r = \frac{R}{\cos \theta} *$$

$$l = R \tan \theta$$

$$dl = R \frac{d\theta}{\cos^2 \theta}$$

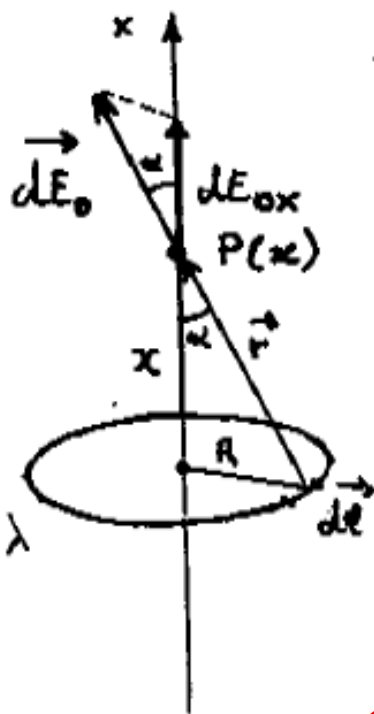
$$\begin{aligned} d\vec{E}_0 &= d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = (dE_1 + dE_2) \cos \theta \hat{n} \\ &= \frac{2 \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{n} \end{aligned}$$

$$\vec{E}_0 = \int d\vec{E}_0 = \frac{\lambda \hat{n}}{2 \pi \epsilon_0} \int_0^{\infty} \frac{\cos \theta}{r^2} dl$$

$$= \frac{\lambda \hat{n}}{2 \pi \epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 \theta}{R^2} \times R \frac{d\theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0 R} \hat{n} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta$$

$$\vec{E}_0 = \frac{1}{2 \pi \epsilon_0} \frac{\lambda}{R} \hat{n}$$

Spira circolare uniformemente carica (campo lungo l'asse)



$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$$

$$\boxed{\text{}} \quad \vec{dE}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^3} \vec{r}$$

$$\boxed{\text{}} \quad dE_{0x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \cos\alpha$$

$$E_{0x} = \boxed{\text{}} \int dE_{0x} =$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{Spira}} \frac{\lambda \cos\alpha}{r^2} dl = \frac{\lambda \cos\alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_{\text{Spira}} dl = \frac{2\pi R}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \cos\alpha}{r^2}$$

$$= \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{\cos\alpha}{r^2} = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{x}{r^3} = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E_{0x}(0) = 0$$

$$E_{0x}(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0$$