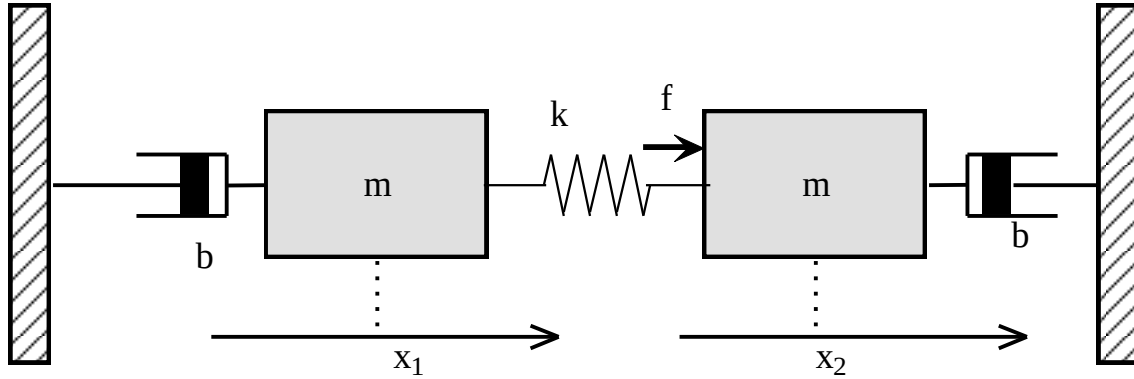


Parte A

1. [punti 5] Si presentino e si dimostrino le formule di inversione per la sintesi in frequenza delle reti correttrici. Si esponga inoltre come utilizzare tali formule per la sintesi della rete **anticipatrice** con imposizione del **margin di fase** M_F .

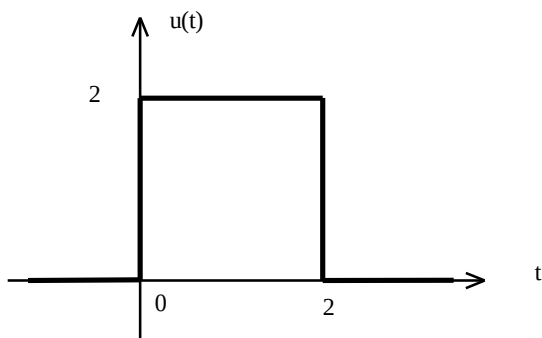
2. [punti 5] Due parti meccaniche di massa m siano collegate come in figura.



Si definisca un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata alla massa di destra) ad x_1 (posizione della massa di sinistra). Si trascurino gli attriti nel movimento delle parti meccaniche e nelle condizioni iniziali di quiete con la molla a riposo si abbia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.

- Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ .
- Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ .
- Dimostrare che Σ è semplicemente stabile.

3. [punti 4] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \frac{8}{(s+2)(s+4)}$ determinare la risposta forzata $y(t)$ (per $t > 0$) al segnale di ingresso definito in figura:



4. [punti 4] Presentare e dimostrare la formula di antitrasformazione zeta, ovvero l'espressione che determina la sequenza a tempo discreto $x(k)$ nota che sia $X(z) \triangleq \mathcal{Z}[x(k)]$.

Parte B

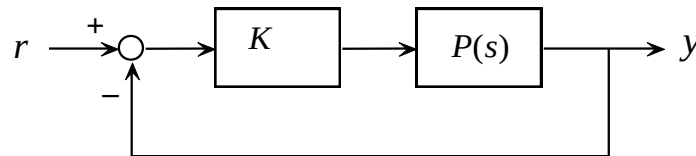
5. **[punti 4]** Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento

$$G(s) = 10^3 \frac{1-s}{(1+s)(s+10)^2}$$

Suggerimenti:

- i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;
- ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
 $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$,
 $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

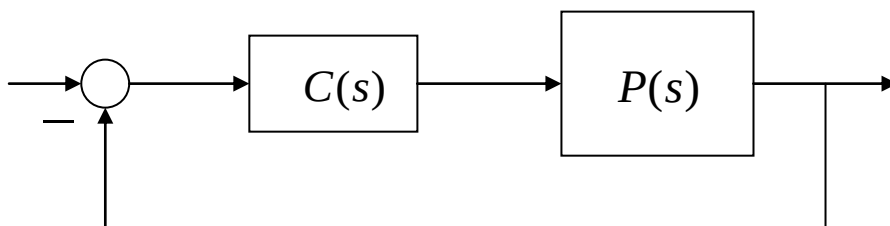
6. **[punti 6]** Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \frac{s+3}{s(s+2)^3}$.

- a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare 1. Asintoti del luogo; 2. Eventuali radici doppie; 3. Angoli di partenza del luogo.
- b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.
- c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato:
 $K^* = \arg \max_{K \in \mathbb{R}} G_s(K)$.

7. **[punti 4]** Sia dato il sistema retroazionato di figura



dove $P(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+4)}$ e $C(s) = K \in \mathbb{R}$ è un controllore proporzionale.

1. Determinare i valori di K per i quali è assicurata la stabilità asintotica del sistema retroazionato.
2. Determinare i valori di K per i quali il sistema retroazionato ammette $G_s \geq 0,2 \text{ s}^{-1}$ ($G_s \equiv$ grado di stabilità nel piano complesso).

8. **[punti 4]** Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 1(k)$ di un sistema a tempo

discreto con funzione di trasferimento $H(z) = \frac{z^2 + z + 1}{(z-1)\left(z + \frac{1}{2}\right)}$.