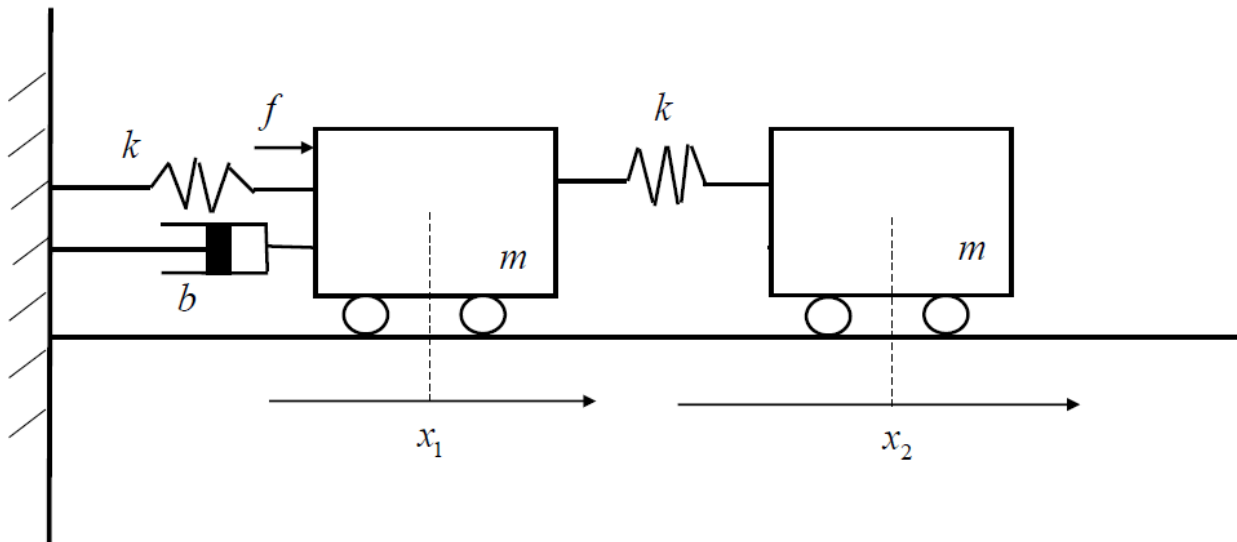


Parte A

1. [punti 4] Presentare e dimostrare le formule di inversione per la sintesi in frequenza delle reti correttici. Si esponga inoltre il metodo delle formule di inversione per la sintesi della rete anticipatrice con imposizione del **margin di ampiezza** M_A .

2. [punti 4] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_1 (posizione del carrello di sinistra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ .
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ .
3. Determinare il guadagno statico e gli zeri di Σ .

3. [punti 5] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \frac{1}{s+1}$, a partire da condizioni iniziali nulle, determinarne la risposta $y(t)$, $t \in [0, +\infty)$ al segnale di ingresso così definito:

$$u(t) = \begin{cases} 1+2t & 0 \leq t < 1 \\ t-1 & t \geq 1 \end{cases}$$

4. [punti 4] Presentare e dimostrare la formula di antitrasformazione zeta, ovvero l'espressione che determina la sequenza a tempo discreto $x(k)$ nota che sia $X(z) \triangleq \mathcal{Z}[x(k)]$.

Parte B

5. [punti 4]

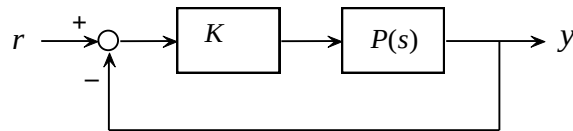
1) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{100(1-s)^2}{s(s+2)^3}$$

determinando in particolare l'asintoto e l'intersezione con l'asse reale negativo.

2) Utilizzando il Criterio di Nyquist si studino le radici dell'equazione caratteristica $1 + P(s) = 0$ (quante a parte reale negativa, quante puramente immaginarie, quante a parte reale positiva).

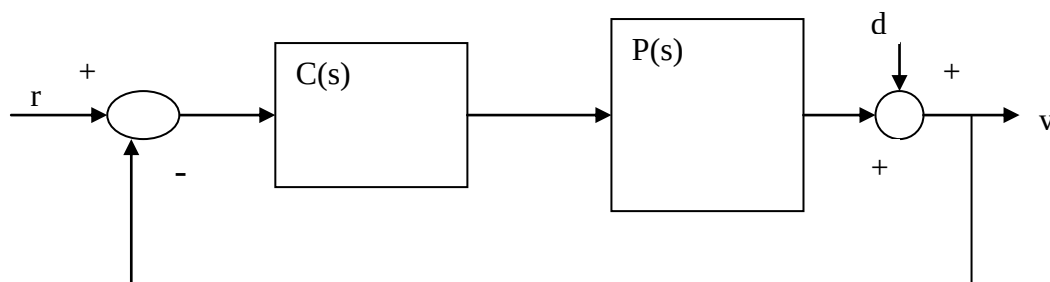
6. [punti 5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \frac{s+3}{s(s+2)^3}$.

- a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
 1. Asintoti del luogo.
 2. Eventuali radici doppie.
 3. Angoli di partenza del luogo.
- b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.
- c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg \max_{K \in \mathbb{R}} G_S(K)$.

7. [punti 5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $P(s) = \frac{10}{s+5}$. Progettare un controllore $C(s)$ proprio affinché:

- a) Il sistema sull'uscita controllata y abbia reiezione infinita (asintoticamente) del disturbo armonico $d(t) = 3,5 \sin(2t)$.
- b) Il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile con poli dominanti $-10 \pm j2$.

8. [punti 5] Sia dato il sistema a tempo discreto definito dall'equazione

$$16y(k+13) - 12y(k+12) + y(k+10) = 16u(k+11) + 16u(k+10), \quad k \in \mathbb{Z}$$

ed orientato da $u(k)$ (ingresso) a $y(k)$ (uscita).

- 1) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.
- 2) Studiare la stabilità alle perturbazioni del sistema.