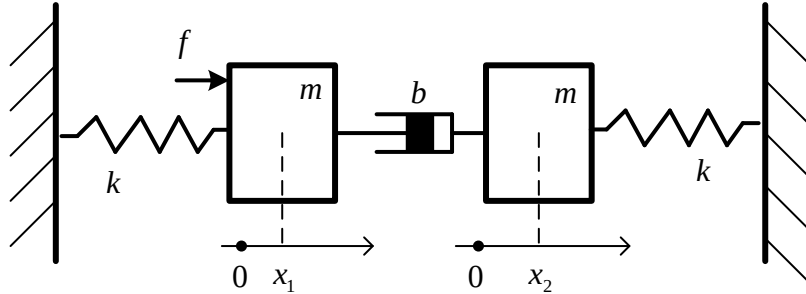


Parte A

1. [punti 4,5] Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

2. [punti 4,5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente b . Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete $x_1 = x_2 = 0$).

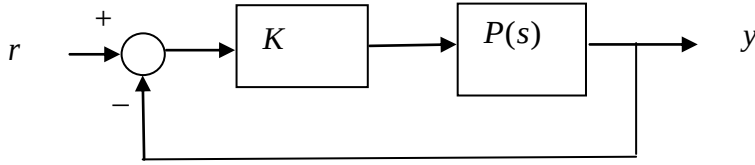
- Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
- Determinare la funzione di trasferimento del sistema orientato dall'ingresso f all'uscita x_1 .

3. [punti 5] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta alla rampa $u(t) = 2t \cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \frac{1}{(s+2)^3(s+1)}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

4. [punti 4] Dedurre, riportando i passaggi algebrici necessari, le trasformate zeta delle funzioni armoniche $\sin(\omega k)$, $\cos(\omega k)$, ($k \in \mathbb{Z}$, $\omega > 0$), $\mathcal{Z}[\sin(\omega k)]$ e $\mathcal{Z}[\cos(\omega k)]$.

Parte B

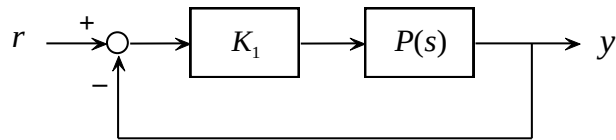
5. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $K=10$ e $P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$.

- Determinare il guadagno di anello del sistema retroazionato e tracciarne il diagramma polare. Calcolare in particolare l'intersezione del diagramma con l'asse reale negativo e la corrispondente pulsazione ω_p (pulsazione di fase pi greco).
- Studiare la stabilità del sistema retroazionato applicando il Criterio di Nyquist. Determinare il margine di ampiezza (M_A) ed il margine di fase (M_F).

6. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura

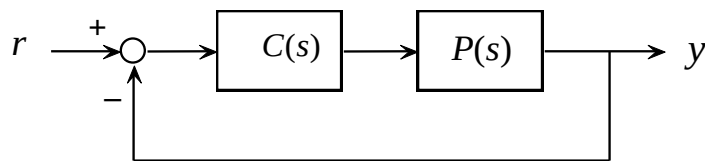


dove $P(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$.

- Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K_1 > 0$ e $K_1 < 0$ determinando gli asintoti e le eventuali radici doppie.
- Determinare i valori di $K_1 \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.
- Determinare i valori di $K_1 \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato ha grado di stabilità $G_s \geq 0,2 \text{ s}^{-1}$.
- Determinare il valore di K_1 che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato:

$$K_1^* = \arg \max_{K_1 \in \mathbb{R}} G_s(K_1).$$

7. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura dove $P(s) = \frac{1}{s^3}$.



- Progettare un controllore $C(s)$ di ordine due affinché i poli del sistema retroazionato siano posti in $-1, -2, -4, -5, -6$.
- Con il controllore progettato al punto 1, si applichi un gradino $r(t) = 3 \cdot 1(t)$ al sistema retroazionato e si determini una stima del tempo di assestamento T_a e l'errore di regolazione a regime e_r . $\left[e_r := \lim_{t \rightarrow +\infty} r(t) - y(t) \right]$

8. [punti 4,5] Determinare l'equazione alle differenze di un sistema a tempo discreto la cui risposta all'impulso è nota come

$$h(k) = 8 \cdot 1(k-1) - \frac{5}{2}(k-1) \left(\frac{1}{2} \right)^{k-2} \cdot 1(k-1) - 7 \left(\frac{1}{2} \right)^{k-1} \cdot 1(k-1), \quad k \geq 0.$$