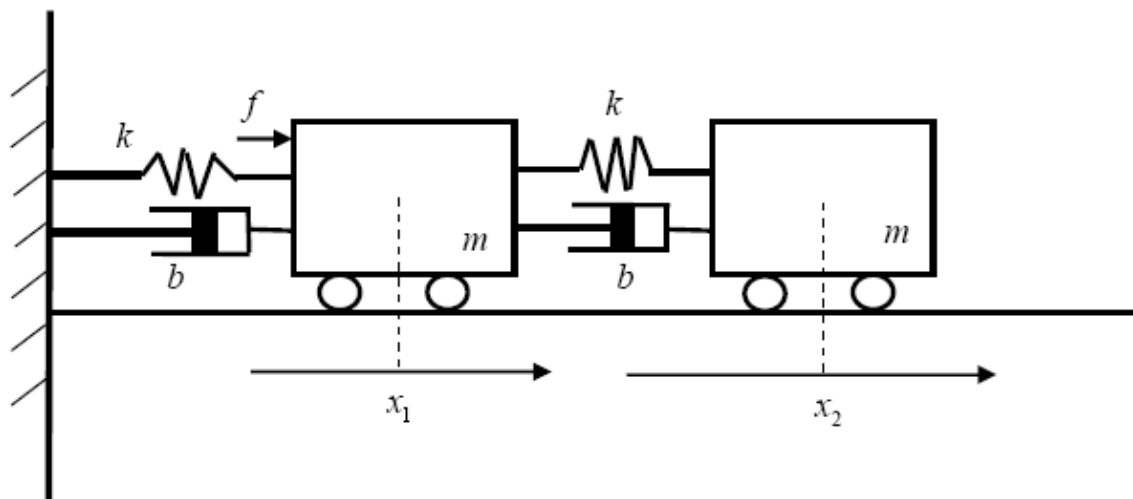


Parte A

1. [punti 4,5] Definire la stabilità asintotica interna per un sistema di controllo in retroazione. Enunciare e dimostrare una condizione necessaria e sufficiente che garantisca questa particolare stabilità. Fornire inoltre un esempio di sistema retroazionato asintoticamente stabile come sistema orientato dal segnale di comando all'uscita controllata ma non stabile internamente.

2. [punti 4,5] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_1 (posizione del carrello di sinistra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ .
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ .
3. Verificare che Σ è asintoticamente stabile per ogni valore di $m, b, k > 0$.

3. [punti 4,5] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \frac{2s^2 + 1}{s^2 + 3s + 2}$ determinare la risposta forzata $y(t)$, $t \in [0, +\infty)$ al segnale di ingresso $u(t) = (1 + t) \cdot 1(t)$.

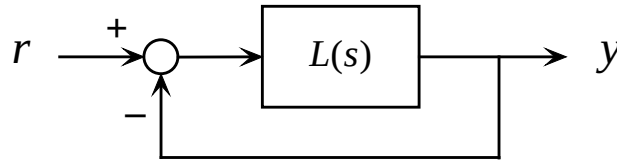
4. [punti 4,5] Un sistema a tempo discreto con ingresso $u(k)$ ed uscita $y(k)$ è definito dall'equazione alle differenze

$$a_2 y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_2 u(k) + b_1 u(k-1) + b_0 u(k-2).$$

Considerando condizioni iniziali generali si determini la trasformata zeta dell'uscita $Y(z) \triangleq \mathcal{Z}[y(k)]$ (si ponga $u_{-1} \triangleq u(-1)$, $u_{-2} \triangleq u(-2)$, $y_{-1} \triangleq y(-1)$, $y_{-2} \triangleq y(-2)$ e $U(z) \triangleq \mathcal{Z}[u(k)]$).

Parte B

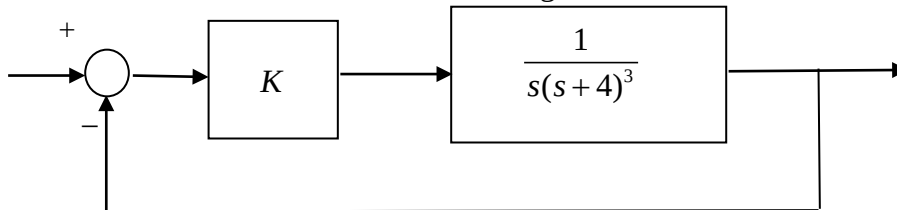
5. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove
$$L(s) = 10 \cdot \frac{1+10s}{(s+1)(s+2)(s+3)}.$$

1. Tracciare il diagramma polare di $L(j\omega)$ determinando le eventuali intersezioni con l'asse reale.
2. Studiare mediante il criterio di Nyquist la stabilità del sistema retroazionato.

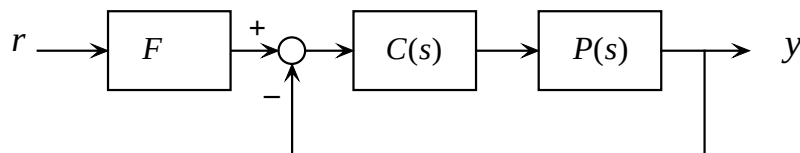
6. [punti 4,5] Sia dato il sistema retroazionato di figura



dove $K \in \mathbb{R}_+$.

- 1) Determinare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K \in (0, +\infty)$ determinando in particolare asintoti e radici doppie.
- 2) Determinare l'insieme dei valori $K \in \mathbb{R}_+$ per i quali sussiste la stabilità asintotica del sistema retroazionato.
- 3) Relativamente al luogo delle radici di cui al punto 1) determinare l'intersezione del luogo con l'asse immaginario.

7. [punti 4,5] Sia dato lo schema di sistema di controllo in figura dove $P(s) = \frac{10}{(s+2)(s+5)(s+10)}.$



Determinare un controllore dinamico $C(s)$ con struttura di rete anticipatrice ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. costante di posizione $K_p = 19$,
2. margine di ampiezza $M_A = 2$,
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.

8. [punti 4,5] Sia dato un sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{z^2 - z - 1}{(z-1)\left(z + \frac{1}{2}\right)}.$$

- a) Determinare l'equazione alle differenze che caratterizza il sistema.
- b) Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = k \cdot 1(k)$.