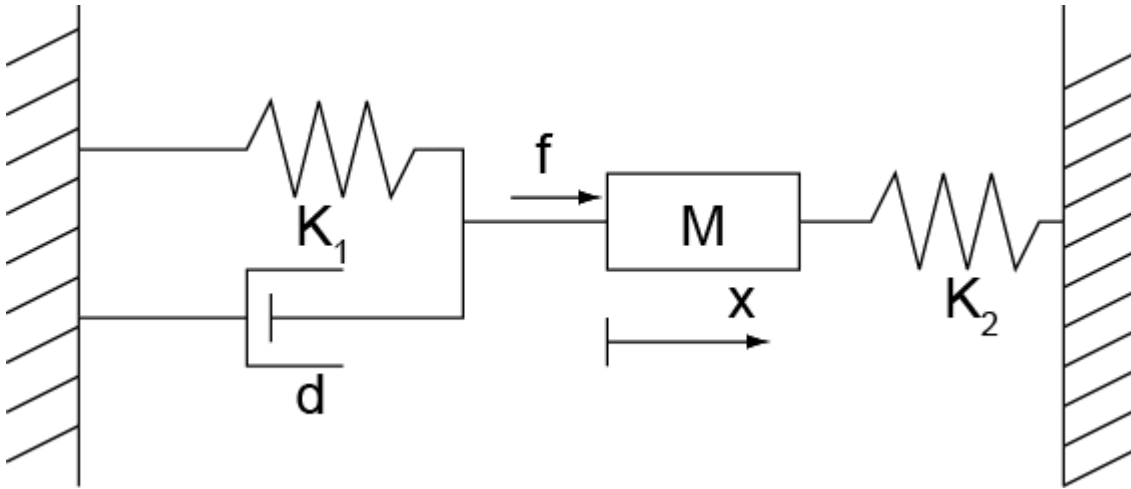


## Parte A

1. [punti 4,5] Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

2. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema meccanico

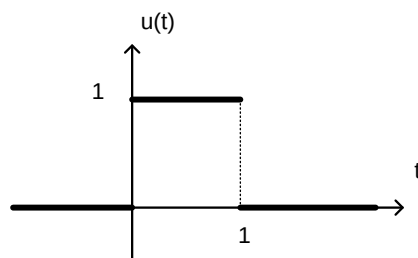


dove  $x$  rappresenta la posizione della massa rispetto ad un sistema di riferimento orizzontale, scelto in modo tale che per  $x=0$  il sistema si trovi in equilibrio,  $K_1$  e  $K_2$  sono le costanti delle due molle,  $d$  la costante dello smorzatore e  $f$  è una forza esterna agente sulla massa.

- 1) Determinare l'equazione differenziale che determina il moto della massa.
- 2) Determinare la funzione di trasferimento  $P(s)$  tra la forza  $f$  e la posizione della massa  $x$
- 3) Posto  $m = 1\text{kg}$ ,  $K_1 = K_2 = 5\text{N/m}$ ,  $d = 2\text{Ns/m}$ , tracciare i diagrammi di Bode (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi) della risposta armonica di  $P(s)$  e calcolare la pulsazione di risonanza del sistema.

3. [punti 4,5] Dato un sistema con funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{4}{(s+1)(s+2)}$  determinare la risposta

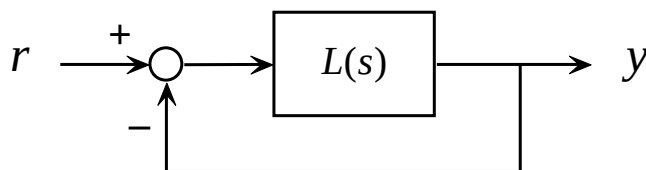
forzata  $y(t)$  al segnale di ingresso  $u(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ 1 & \text{per } 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{per } t \geq 1 \end{cases}$  (vedi figura).



4. [punti 4,5] Data un generico segnale a tempo discreto  $x(k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  determinare le trasformate zeta dei segnali ritardati e anticipati di  $n$  passi ( $n \in \mathbb{N}$ ),  $\mathcal{Z}[x(k-n)]$  e  $\mathcal{Z}[x(k+n)]$ .

## Parte B

5. [punti 4,5 ] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove  $L(s) = 16 \frac{1-s}{(s+2)^4}$ .

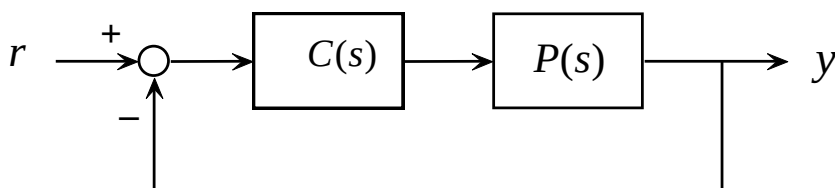
- Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento  $L(s)$  determinando in particolare l'intersezione con l'asse reale negativo.
- Dimostrare mediante il criterio di Nyquist che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e determinare il corrispondente margine di ampiezza  $M_A$ .

6. [punti 4,5 ] Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K_1 \frac{(s-1)^2}{s^3(s+5)^2} = 0 \quad , \quad K_1 \in [0, +\infty)$$

determinando in particolare asintoti e radici doppie.

7. [punti 4,5] Si consideri il seguente sistema di controllo



dove  $P(s) = \frac{100(s+1)}{(s+2)^2(s+10)}$ . Si chiede di progettare un controllore di struttura (rete ritardatrice)

$C(s) = K \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$ ,  $K \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \in (0,1)$ ,  $\tau > 0$  affinché:

- l'errore a regime  $e_R$  in risposta ad un gradino unitario del set-point abbia valore assoluto pari a 0,02:  $|e_R| = 0,02$ .
- Il margine di fase  $M_F$  sia pari a  $50^\circ$ :  $M_F = 50^\circ$ .

8. [punti 4,5] Determinare la risposta forzata  $y(k)$  all'ingresso  $u(k) = 1(k)$  (gradino unitario) di un sistema a tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze

$$y(k) - \frac{1}{4}y(k-2) = u(k) + u(k-2) \quad .$$