

**1° turno**  
**Parte A [punti 9]**

- 1) Dato un sistema dinamico  $\Sigma$  con funzione di trasferimento  $T(s) = \frac{[(s+1)^2 + 9]^2}{[(s-1)^2 + 16]^3}$  scrivere i modi di  $\Sigma$  :  
 $\{\text{modi di } \Sigma\} =$
- 2) Scrivere l'approssimante di Padé del primo ordine del ritardo finito  $e^{-4s}$  :
- 3) Dato un sistema  $\Sigma$  con funzione di trasferimento  $T(s) = \frac{s^2 + 3s + 1}{s^3 + s^2 + s + 1}$  stabilire (vero = V, falso = F):  
a)  $\Sigma$  è asintoticamente stabile:  
b)  $\Sigma$  è semplicemente stabile:  
c)  $\Sigma$  è instabile:  
d)  $\Sigma$  è a fase minima:  
e)  $\Sigma$  è stabile ingresso-limitato uscita limitata:
- 4) Ad un sistema con funzione di trasferimento  $\frac{5}{(s+1)^2}$  ed in quiete nell'intervallo  $(-\infty, 0)$  viene applicato l'ingresso  $u(t) = 3 \sin(t)$   $t \geq 0$ . Determinare la corrispondente uscita  $y(t)$  per  $t \rightarrow \infty$  :
- 5) Determinare il coefficiente di smorzamento e la pulsazione naturale dei poli dominanti del sistema con funzione di trasferimento  $\frac{10}{s^2 + 3s + 9}$  :  $\delta =$   $\omega_n =$
- 6) Il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento  $L(s) = \frac{s+2}{s(s+1)^3}$  presenta un asintoto verticale parallelo all'asse immaginario. Determinare l'ascissa reale  $\sigma_a$  di tale asintoto:  $\sigma_a =$
- 7) Determinare il segnale  $f(t)$  nota la sua trasformata di Laplace  $F(s) = \frac{1}{(s+2)^3}$  :  $f(t) =$
- 8) Determinare la risposta al gradino unitario del sistema con funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{3}{s^2}$  :  
 $g_s(t) =$
- 9) Un sistema dinamico  $\Sigma$  sia descritto dall'eq. diff.  $Dy + 2y = u$  dove  $u$  è l'ingresso e  $y$  l'uscita. Determinare la risposta all'impulso di  $\Sigma$  :  $g(t) =$
- 10) Sia dato il luogo delle radici di equazione caratteristica  $1 + K_1 \frac{1}{(s+4)^5} = 0$  con  $K_1 > 0$ .  
a) Determinare il centro della stella degli asintoti:  $\sigma_a =$  .  
b) Le radici dell'eq. caratteristica sono tutte a parte reale negativa  $\forall K_1 \in (0, +\infty)$  (vero = V, falso = F, I = non è possibile stabilirlo):

**11)** Dato il segnale a tempo discreto  $x(k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  determinare la trasformata zeta del segnale ritardato  $x(k - 4)$  in funzione delle condizioni iniziali del segnale:  $\mathcal{Z}[x(k - 4)] =$

**12)** Determinare la trasformata zeta del segnale  $k2^k$ , ovvero  $\mathcal{Z}[k2^k] =$

**13)** Discretizzare il controllore a tempo continuo  $C(s) = \frac{10}{s}$  con il metodo di Eulero in avanti (il tempo di campionamento è  $T = 0.01$  sec.):  $C_d(z) =$

**14)** Sia dato il sistema a tempo discreto  $H(z) = \frac{1}{z - \frac{1}{2}}$ .

a) Determinarne il guadagno statico del sistema:

b) Determinarne la risposta all'impulso:

**15)** Determinare la seguente antitrasformata zeta  $\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{z}{z-j} + \frac{z}{z+j} \right] =$

**16)** Sia dato il sistema  $G(s) = \frac{1 + \frac{1}{2}s}{(s+6)(s+2)}$  a cui si applica all'ingresso il gradino  $5 \cdot 1(t)$  a partire da condizioni iniziali tutte nulle.

a) Determinare il tempo di assestamento della risposta:  $T_a =$

b) Determinare la sovraelongazione della risposta:  $S =$

**17)** Dato il polinomio  $a(s) = s^3 + 2s^2 + s + 4$  determinare il segno della parte reale delle sue radici:

$$n_+(a) =$$

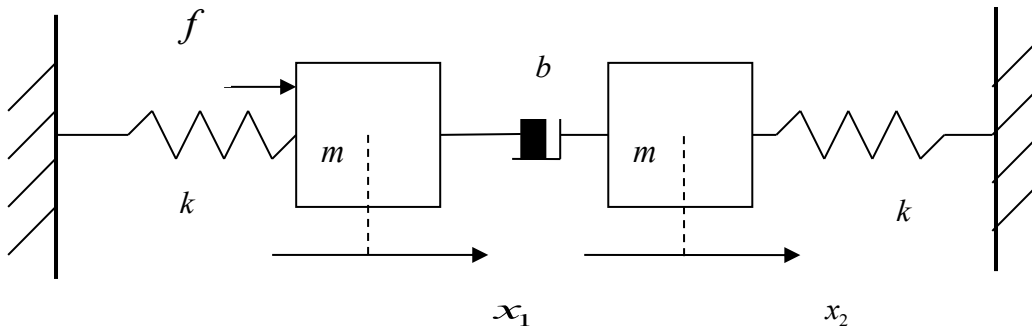
$$n_-(a) =$$

$$n_0(a) =$$

**18)** Sia dato il controllore  $C(s) = \frac{10+5s}{50s+10}$ . Stabilirne il tipo di rete corretttrice e determinare i suoi parametri caratteristici:

## Parte B

1. [punti 4,5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica  $k$  e due corpi di massa  $m$  accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente  $b$ . Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza  $f$  e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili  $x_1$  e  $x_2$  (quando il sistema è in quiete  $x_1 = x_2 = 0$ ).

- Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
- Determinare la funzione di trasferimento del sistema orientato dall'ingresso  $f$  all'uscita  $x_1$ .

2. [punti 4,5] Determinare l'evoluzione forzata  $y(t)$  in risposta alla rampa  $u(t) = 2t \cdot 1(t)$  di un sistema con funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ . Determinare inoltre il grado massimo di continuità di  $y(t)$  su  $\mathbb{R}$ .

### Parte C

3. [punti 4,5 ] Dato un sistema retroazionato con guadagno di anello

$$L(s) = 50 \frac{(s+1)^2}{s^3(s+10)}$$

1. Tracciare il diagramma polare di  $L(j\omega)$  determinando le eventuali intersezioni con l'asse reale.
2. Studiare la stabilità del sistema retroazionato con il Criterio di Nyquist.

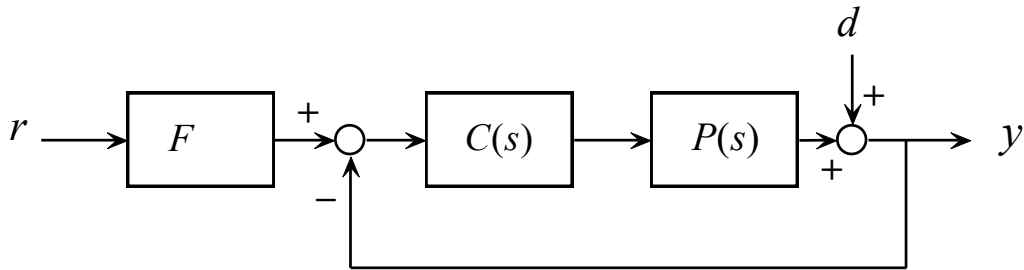
4. [punti 4,5] Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K_1 \frac{s-1}{s(s+2)^4} = 0$$

per  $K_1 > 0$  (luogo diretto) e per  $K_1 < 0$  (luogo inverso) determinando in entrambi i casi gli angoli di partenza del luogo, gli asintoti e le eventuali radici doppie.

## Parte D

5. [punti 4,5] Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove  $P(s) = \frac{4}{s+2}$ . Determinare un controllore  $C(s)$  di ordine minimo ed il blocco algebrico  $F \in \mathbb{R}$  affinché

il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo sinusoidale  $d(t) = 4\sin(3t)$ ,
2. sistema retroazionato con poli dominanti in  $-2 \pm j$ ,
3. costante di posizione  $K_p = 4$ ,
4. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.

6. [punti 4,5] Sia dato il sistema a tempo discreto definito dall'equazione

$$16y(k+3) - 12y(k+2) + y(k+1) = 16u(k+1) + 16u(k), \quad k \in \mathbb{Z}$$

ed orientato da  $u(k)$  (ingresso) a  $y(k)$  (uscita).

- 1) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.
- 2) Studiare la stabilità alle perturbazioni del sistema.