

Parte A [punti 9]

1) Scrivere la funzione di trasferimento di un sistema dinamico avente i modi $\{e^{-2t} \sin(7t), e^{-2t} \cos(7t), 1, t, t^2\}$:

2) Dato un sistema Σ con funzione di trasferimento $T(s) = \frac{s^2 - 1}{(s + 7)^4 (s^2 + 2)s}$ stabilire (vero = V, falso = F):

- a) Σ è asintoticamente stabile:
- b) Σ è semplicemente stabile:
- c) Σ è instabile:
- d) Σ è a fase minima:
- e) Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata:

3) Sia noto che la coppia di funzioni ingresso-uscita $(1(t), (4 \cdot e^{-t} + 3) \cdot 1(t))$ appartiene all'insieme dei behaviors $\mathcal{B}$ di un sistema dinamico. Determinare una funzione $y(t)$ tale che $(2t \cdot 1(t), y(t)) \in \mathcal{B}$:

4) Ad un sistema dinamico in quiete con funzione di trasferimento $\frac{1}{s + 4}$ viene applicato l'ingresso $u(t) = 3 \cdot 1(t)$ (segnale a gradino). L'uscita corrispondente ha la struttura $y(t) = A + Be^{-4t}$ per $t > 0$. Determinare le costanti A e B :

5) Un sistema dinamico Σ sia descritto dall'eq. diff. $3Dy + 2y = u$ dove u è l'ingresso e y l'uscita. Determinare la risposta all'impulso di Σ :

6) Scrivere la funzione di trasferimento di una rete anticipatrice con zero in -1 , polo in -10 e guadagno statico uguale ad 1. Determinare inoltre la costante di tempo τ e il parametro α :

7) Determinare la trasformata di Laplace del segnale $f(t) = 3 \cdot 1(t - 4)$:

8) Un sistema dinamico Σ è rappresentato dalla funzione di trasferimento $\frac{2s^2 + 4s}{(s + 1)(s + 2)(s + 5)}$. Determinare i suoi poli: $\{\text{poli di } \Sigma\} =$

9) Dato il segnale definito da $f(t) = 0$ per $t < 0$ e $f(t) = 7 + 5t$ per $t \geq 0$ determinare la derivata seconda generalizzata $D^{*2}f(t)$:

10) Dato un sistema dinamico con funzione di trasferimento $\frac{s^3 + s}{s^3 - s^2 + s + 2}$ stabilire quanti sono i poli e gli zeri con parte reale negativa, positiva o nulla (ovvero quanti poli e quanti zeri in $\mathbb{C}_-$, $\mathbb{C}_+$ e in $j\mathbb{R}$, asse immaginario del piano complesso):

$$\{\text{n. poli in } \mathbb{C}_-\} = \quad \{\text{n. zeri in } \mathbb{C}_-\} =$$

$$\{\text{n. poli in } \mathbb{C}_+\} = \quad \{\text{n. zeri in } \mathbb{C}_+\} =$$

$$\{\text{n. poli in } j\mathbb{R}\} = \quad \{\text{n. zeri in } j\mathbb{R}\} =$$

11) Sia dato il sistema $G(s) = \frac{2s+6}{(s^2+10s+100)(s+3)}$ a cui si applica all'ingresso il gradino $5 \cdot 1(t)$ a partire da condizioni iniziali tutte nulle. Determinare il tempo di assestamento della risposta al gradino: $T_a =$

12) Si consideri un sistema retroazionato il cui luogo delle radici dell'equazione caratteristica è $1 + K_1 \frac{1}{(s-1)(s+2)} = 0$ con $K_1 > 0$.

a) Determinare il centro della stella degli asintoti: $\sigma_a =$

b) Determinare il valore K_1^* per il quale il sistema retroazionato ha il massimo grado di stabilità:

13) Scrivere la funzione di trasferimento di una rete a ritardo e anticipo caratterizzata da una pulsazione di centro banda $\omega_n = 10$ rad/sec e una corrispondente attenuazione pari a $\frac{1}{2}$:

14) Discretizzare il controllore a tempo continuo $C(s) = 100 \frac{s+1}{s+10}$ con il metodo di Eulero in avanti (il tempo di campionamento è $T = 0.01$ sec.): $C_d(z) =$

15) Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 1(k)$ di un sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento $H(z) = \frac{1}{z-1}$:

16) Dato il sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento $H(z) = \frac{z+2}{z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}}$ stabilire (vero = V, falso = F):

a) Il sistema è asintoticamente stabile:

b) Il sistema è semplicemente stabile:

c) il sistema è instabile:

17) Dato il sistema a tempo discreto con equazione

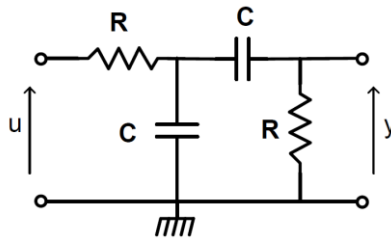
$$4y(k) + 4y(k-1) + y(k-2) = 10u(k-1) + 8u(k-2)$$

determinarne il guadagno statico K_d :

18) Determinare la trasformata zeta del segnale $7 \cdot 1(k-2)$: $\mathcal{Z}[7 \cdot 1(k-2)] =$

Parte B

1. [punti 4,5] La rete elettrica di figura definisce un sistema dinamico orientato da u (tensione all'ingresso) ad y (tensione all'uscita).

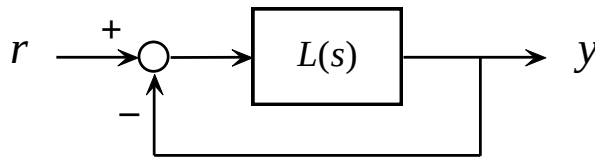


Di questo sistema si determini:

1. la funzione di trasferimento;
2. l'equazione differenziale;
3. gli zeri, i poli, i modi ed il guadagno statico.

2. [punti 4,5] Un sistema dinamico ha funzione di trasferimento $G(s) = \frac{1-s}{s^2 + 2s + 1}$. L'ingresso applicato è $u(t) = 0$ per ogni $t \geq 0$ e dell'uscita si conosce che $y(0+) = 2$ e $Dy(0+) = 1$. Determinare $y(t)$ per $t \geq 0$.

3. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $L(s) = 100 \frac{(1-s)^2}{(s+1)^2 (s+10)^2}$.

- a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s)$ determinando in particolare le intersezioni con l'asse reale negativo.
- b) Studiare la stabilità del sistema retroazionato mediante il criterio di Nyquist.

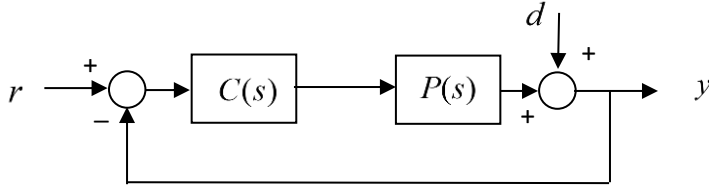
Parte C

4. [punti 4,5] Tracciare il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K_1 \frac{s-1}{(s+1)^3 (s+2)^2} = 0$$

per $K_1 \in [0, +\infty)$, determinando in particolare gli asintoti, gli angoli di partenza e le eventuali radici doppie.

5. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema



dove $P(s) = \frac{9}{s+4}$.

Determinare un controllore proprio di ordine minimo $C(s)$ affinché le seguenti specifiche siano soddisfatte:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo composito $d(t) = 7 + 10 \cdot \cos(3t + 1)$;
2. costante di velocità $K_v = 4$;
3. sistema retroazionato asintoticamente stabile con tre poli dominanti in $-2, -2 \pm j$.

6. [punti 4,5] Sia dato un sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{z^2 - z - 1}{(z-1) \left(z + \frac{1}{2} \right)}.$$

- a) Determinare l'equazione alle differenze che caratterizza il sistema.
- b) Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = k \cdot 1(k)$.