

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica, Elettronica e delle
Telecomunicazioni

Lezione n. 22 di Fondamenti di Controlli Automatici
prof. Aurelio Piazzì

Un esempio di progetto

Università degli Studi di Parma – a.a. 2019-2020

Regolazione di posizione di un motore elettrico in corrente continua*



Rotary Servo Base Unit
(Quanser SRV02 Plant)

* Con la collaborazione di Alberto CIPPELLETTI, Juxhino KAVAJA, Andrea MINARI, Paramdeep Singh MUSHIANA; sperimentazione svolta nel Laboratorio di Automatica (ACtLab, Active Control Laboratory)

Implementazione con Arduino e un amplificatore di potenza

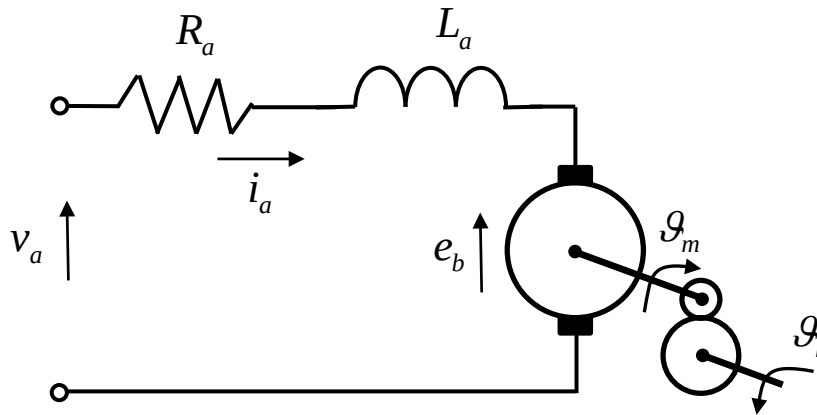


Scheda Arduino Mega 2560 (utilizza il microcontrollore ATmega2560)



Universal Power Module, UPM 2405 (Quanser)

Progetto del regolatore di posizione di un motore elettrico in corrente continua

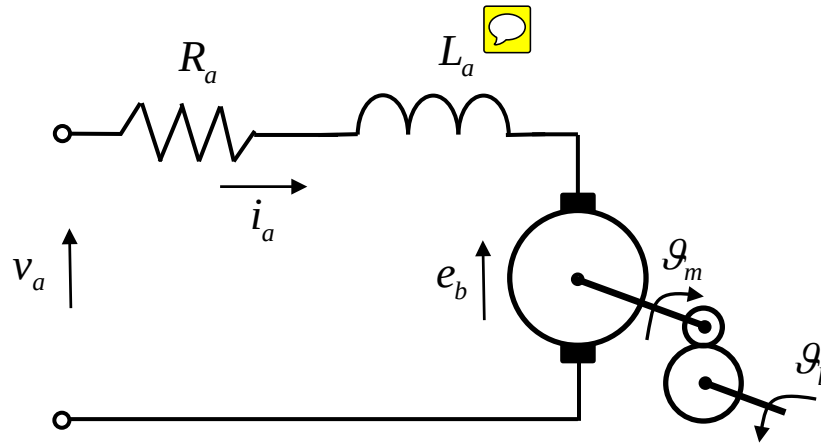


L'ingresso di controllo è v_a (tensione di armatura);
l'uscita controllata è ϑ_c (posizione angolare del carico)

Progettare un sistema di controllo affinché in risposta ad un gradino del segnale di riferimento (set-point) si abbia:

- 1) Tempo di assestamento T_a minimo
- 2) Sovraelongazione $S = 0\%$
- 3) Errore a regime nullo
- 4) $|v_a| \leq 10 \text{ V}$
- 5) Escursione massima del riferimento $\pm \frac{\pi}{4}$ (45°)

Modellistica del motore elettrico in corrente continua



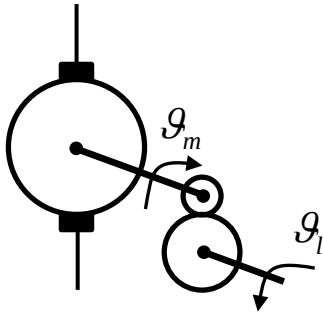
Coppia meccanica esercitata dal motore $C_m = K_c \Phi i_a$ con Φ flusso magnetico (costante); $K_m := K_c \Phi$, $C_m = K_m i_a$

Forza controelettromotrice $e_b = K_m \omega_m$ con $\omega_m := \frac{d\vartheta_m}{dt}$

Rapporto di trasmissione del riduttore K_g , $\omega_m = K_g \omega_l$ con $\omega_l := \frac{d\vartheta_l}{dt}$

$$v_a = R_a i_a + L_a D i_a + e_b$$

$$v_a = R_a i_a + L_a D i_a + K_m K_g \omega_l$$



$C_m \omega_m = C_l \omega_l$ (potenza all'ingresso del riduttore =
potenza all'uscita del riduttore)

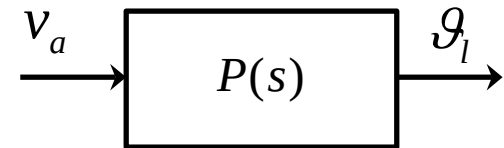
$$C_l = C_m K_g$$

$$J_{eq} D \omega_l = C_m K_g - F_l \omega_l$$

con J_{eq} inerzia riferita all'albero del carico, F_l coefficiente
dell'attrito viscoso

$$J_{eq} D \omega_l = K_g K_m i_a - F_l \omega_l$$

$$\begin{cases} v_a = R_a i_a + L_a D i_a + K_m K_g D \vartheta_l \\ J_{eq} D^2 \vartheta_l = K_g K_m i_a - F_l D \vartheta_l \end{cases}$$



$$i_a = \frac{J_{eq}}{K_g K_m} D^2 \vartheta_l + \frac{F_l}{K_g K_m} D \vartheta_l$$

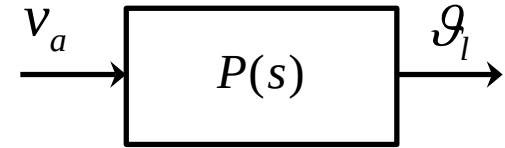
$$J_{eq} L_a D^3 \vartheta_l + (L_a F_l + J_{eq} R_a) D^2 \vartheta_l + (R_a F_l + K_m^2 K_g^2) D \vartheta_l = K_g K_m v_a$$

$$P(s) = \frac{K_g K_m}{J_{eq} L_a s^3 + (L_a F_l + J_{eq} R_a) s^2 + (R_a F_l + K_m^2 K_g^2) s}$$

$$= \frac{K_g K_m}{s [J_{eq} L_a s^2 + (L_a F_l + J_{eq} R_a) s + R_a F_l + K_m^2 K_g^2]}$$

$$\cong \frac{K_g K_m}{s [J_{eq} R_a s + R_a F_l + K_m^2 K_g^2]}$$

$$P(s) \cong \frac{K_g K_m}{s[J_{eq} R_a s + R_a F_l + K_m^2 K_g^2]}$$



$$P(s) = \frac{1}{s(\alpha s + \beta)}, \quad \alpha := \frac{J_{eq} R_a}{K_g K_m}, \quad \beta := \frac{R_a F_l + K_m^2 K_g^2}{K_g K_m}$$

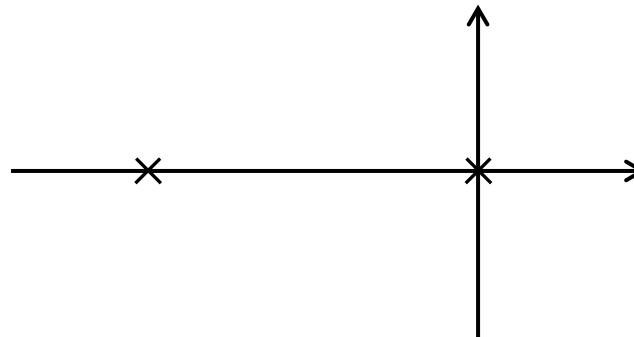
Dati:

$$K_m = 7.67 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}; \quad R_a = 2.6 \, \Omega; \quad L_a = 0.18 \times 10^{-3} \text{ H}$$

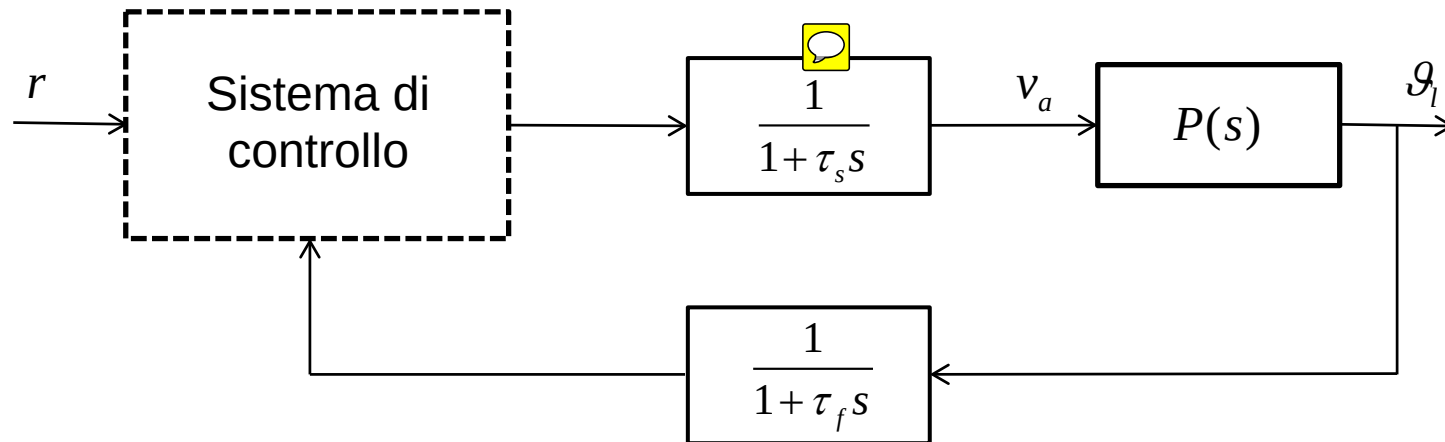
$$K_g = 70; \quad J_{eq} = 0.195 \times 10^{-2} \text{ Kg m}^2; \quad F_l = 0.95 \times 10^{-2} \text{ Nms}$$

$$P(s) = \frac{1}{s(0.009443s + 0.5829)}$$

$$\text{Poli: } 0, -\frac{\beta}{\alpha} = -61.73 \text{ s}^{-1}$$



Progetto del sistema di controllo

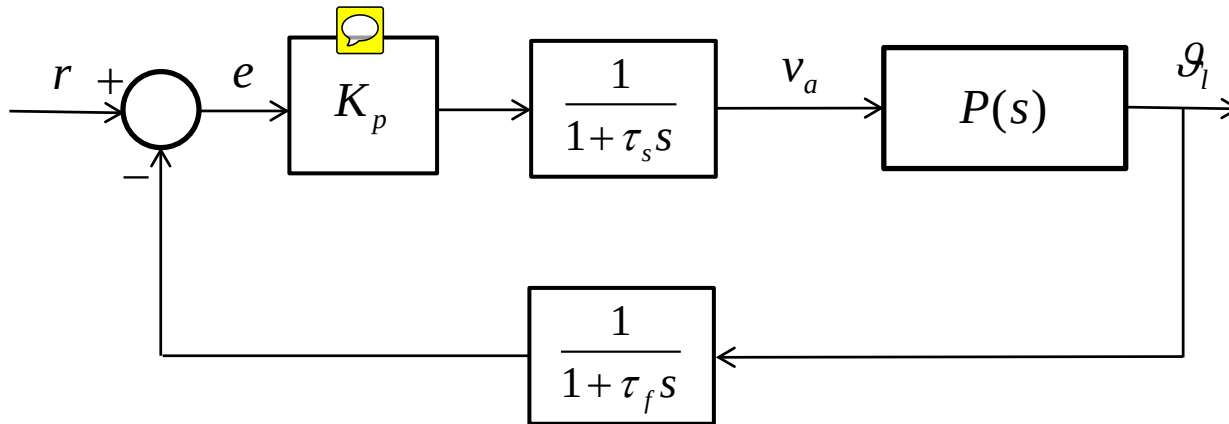


La progettazione è a **tempo continuo con** successiva **discretizzazione** per l'implementazione.

Per simulare a tempo continuo l'**effetto della conversione D/A** da segnale digitale a segnale a tempo continuo e la latenza nei calcoli digitali del controllore si introduce un filtro di ordine uno con costante di tempo τ_s pari al tempo di campionamento ($\tau_s = 0.003$ s). (Con l'Arduino scelto, la conversione D/A avviene con PWM e modulazione del *duty cycle* su 256 livelli, frequenza di modulazione 1 KHz).

L'uscita ϑ_l viene campionata e filtrata con costante di tempo $\tau_f = 0.01$ s.

1) Controllore proporzionale

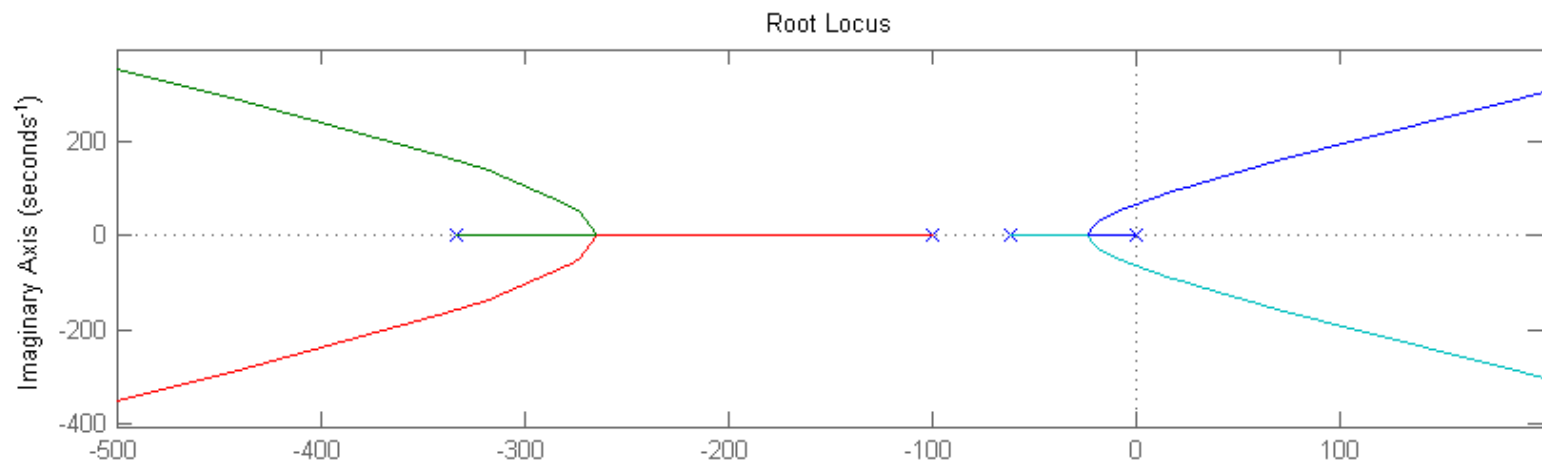


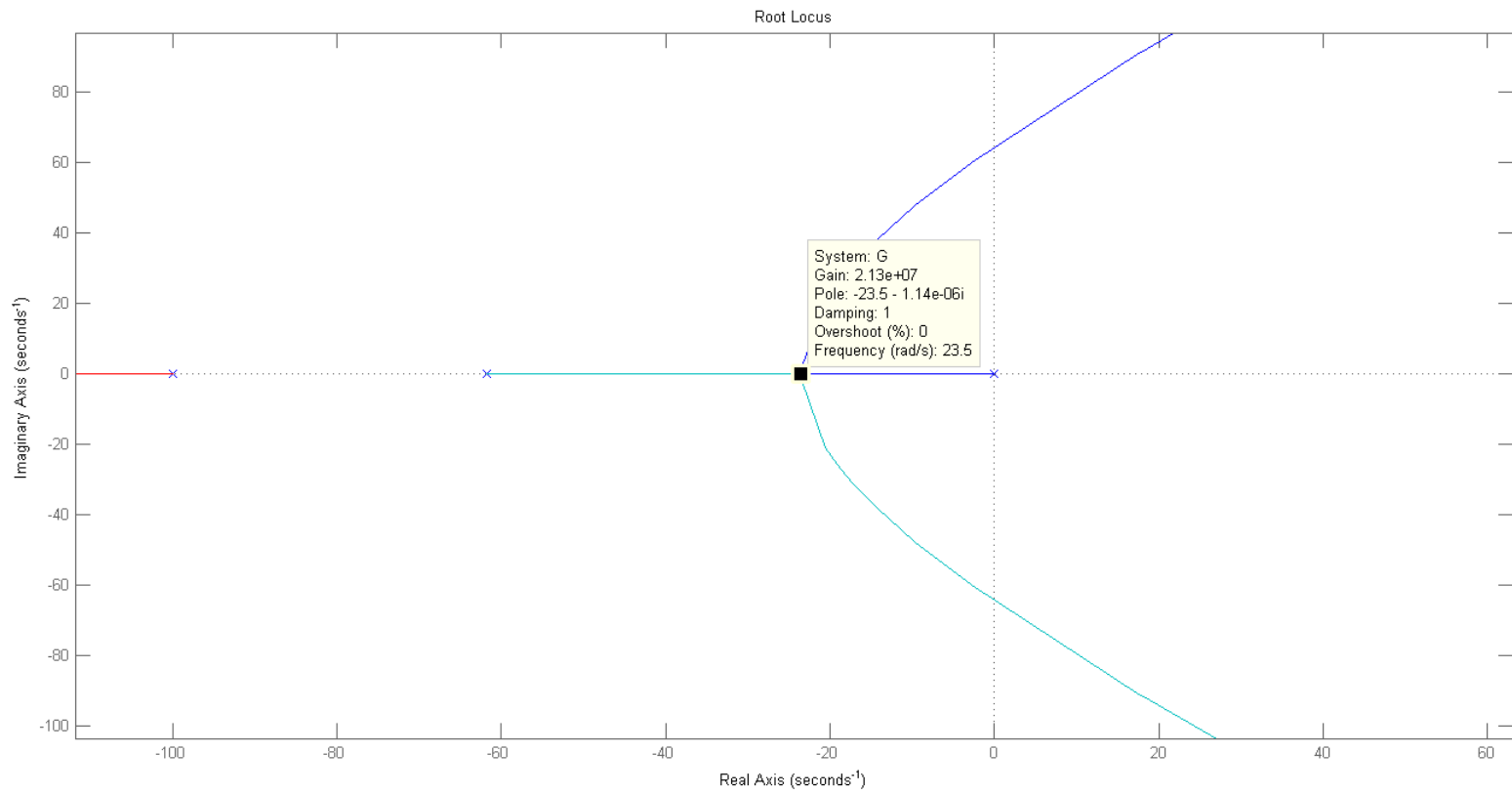
$$T(s) = \frac{K_p \frac{1}{1 + \tau_s s} \cdot \frac{1}{s(\alpha s + \beta)}}{1 + K_p \frac{1}{1 + \tau_f s} \cdot \frac{1}{1 + \tau_s s} \cdot \frac{1}{s(\alpha s + \beta)}} = \frac{K_p (1 + \tau_f s)}{s(\alpha s + \beta)(1 + \tau_f s)(1 + \tau_s s) + K_p}$$

$$1 + K_1 \frac{1}{s \left(s + \frac{\beta}{\alpha} \right) \left(s + \frac{1}{\tau_f} \right) \left(s + \frac{1}{\tau_s} \right)} = 0; \quad 1 + K_1 \frac{1}{s(s + 61.73)(s + 100)(s + 333.3)} = 0$$

$$K_1 := \frac{K_p}{\alpha \tau_f \tau_s}; \quad K_p = 2.8329 \times 10^{-7} \times K_1$$

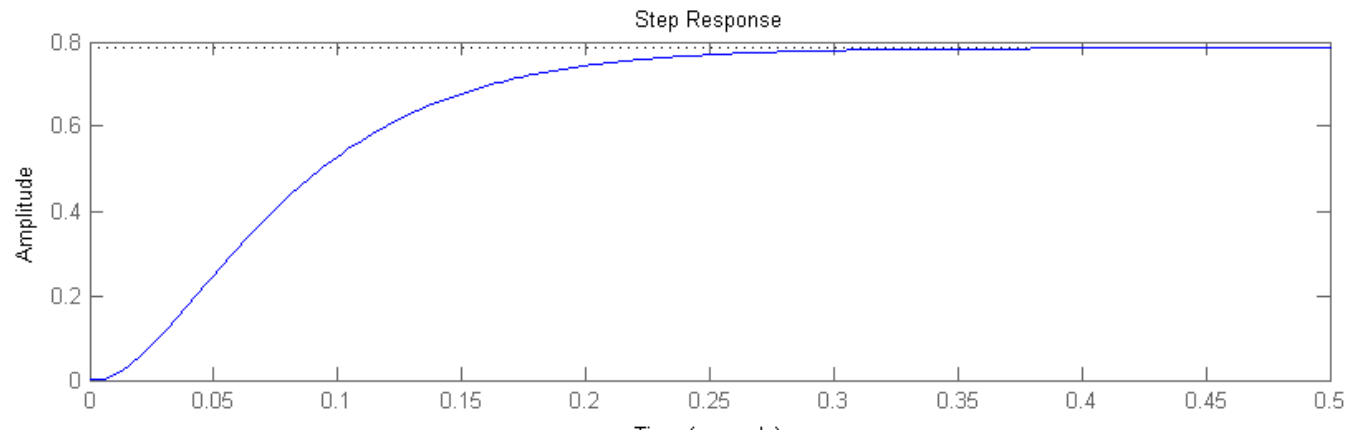
Luogo delle radici: $1 + K_1 \frac{1}{s(s + 61.73)(s + 100)(s + 333.3)} = 0$; $K_p = 2.8329 \times 10^{-7} \times K_1$



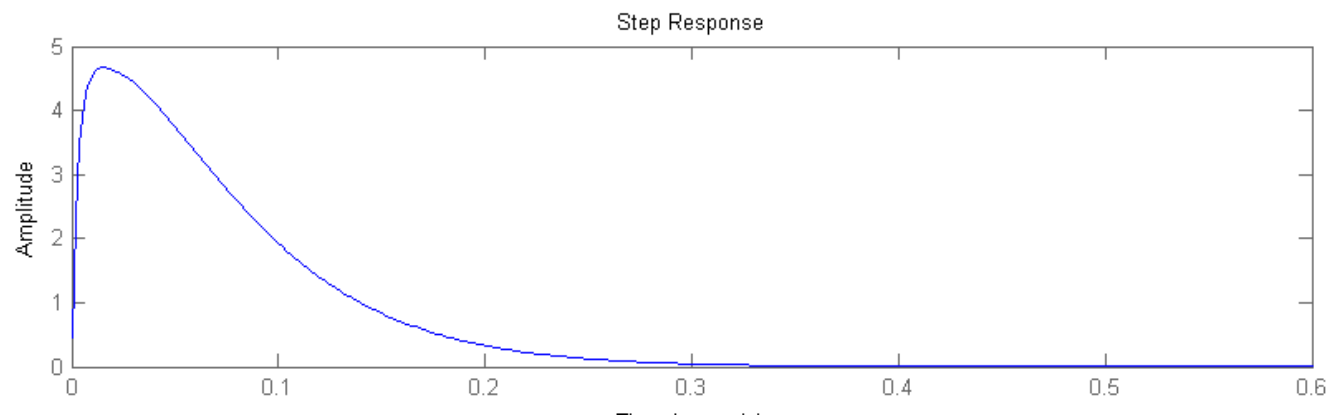


$$K_p = 6.03; \quad T(s) = \frac{212851(s + 100)}{(s + 332.3)(s + 115.7)(s + 24.06)(s + 23.01)}$$

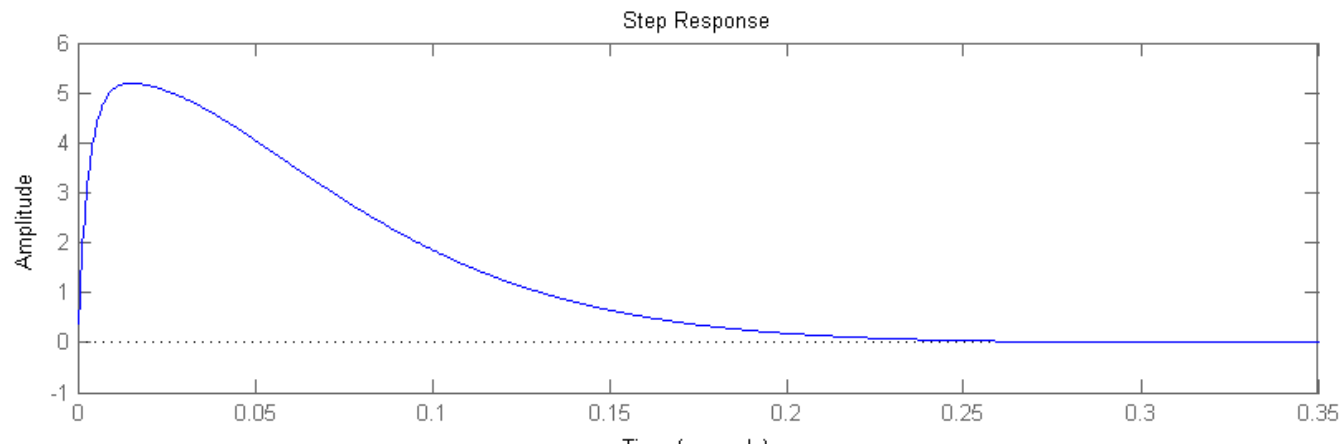
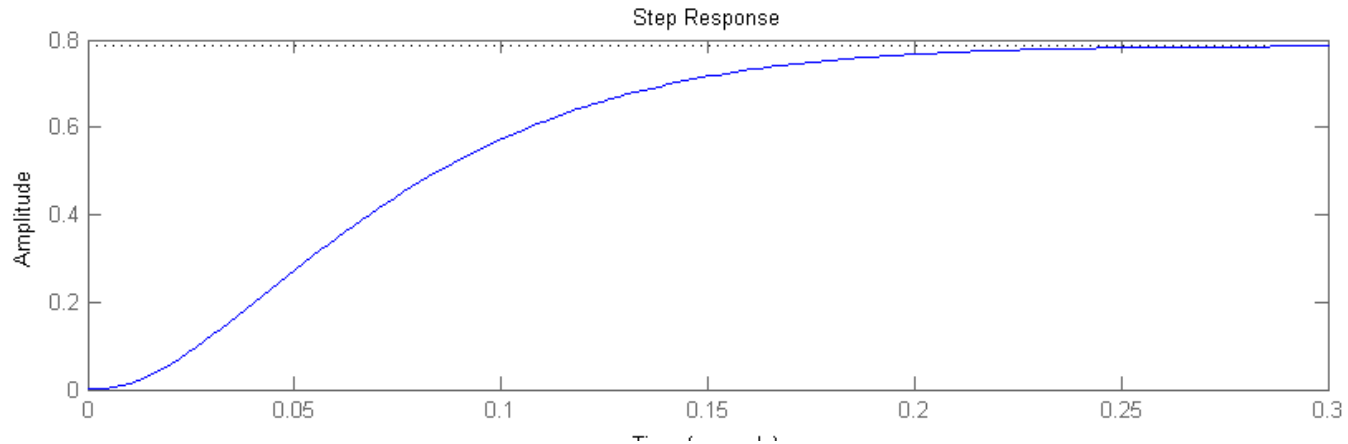
Risposta al gradino massimo $r(t) = 0.7854 \cdot 1(t)$, $T_a = 0.25$ s , $S = 0\%$



Risposta sulla tensione di armatura v_a

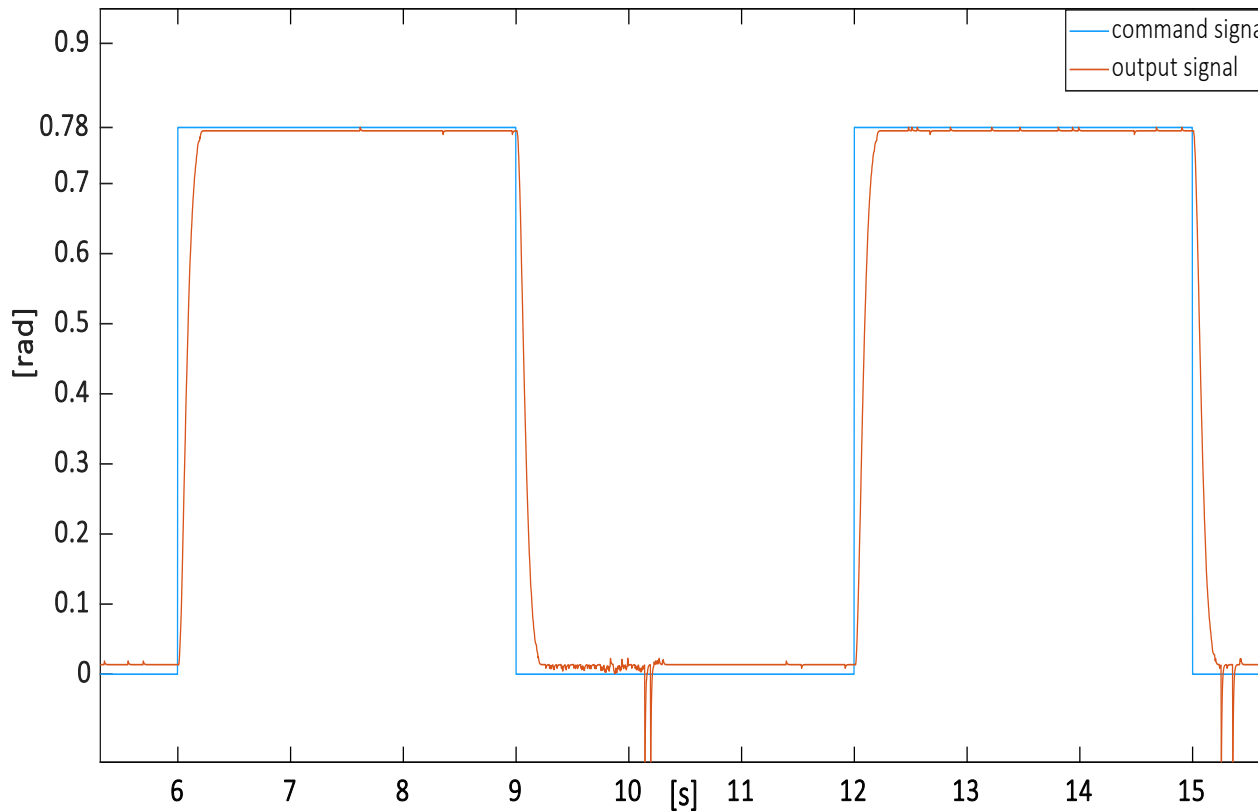


Per tentativi con uso delle simulazioni ($\text{step}(T*0.7854)$ in MATLAB) si ottiene il valore ottimale $K_p = 6.71$ con il minimo $T_a = 0.205$ s e $S = 0\%$.

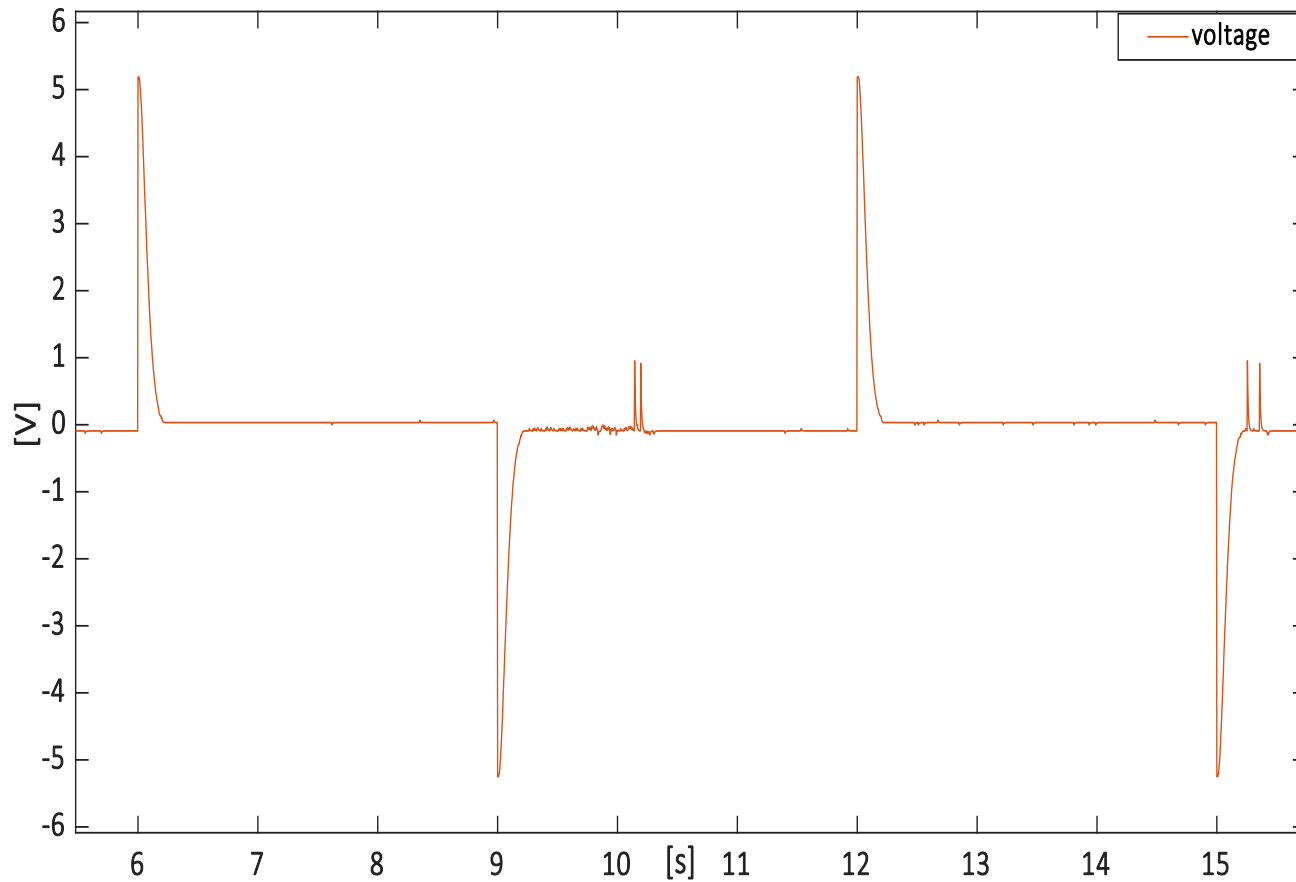


Sperimentazioni in laboratorio

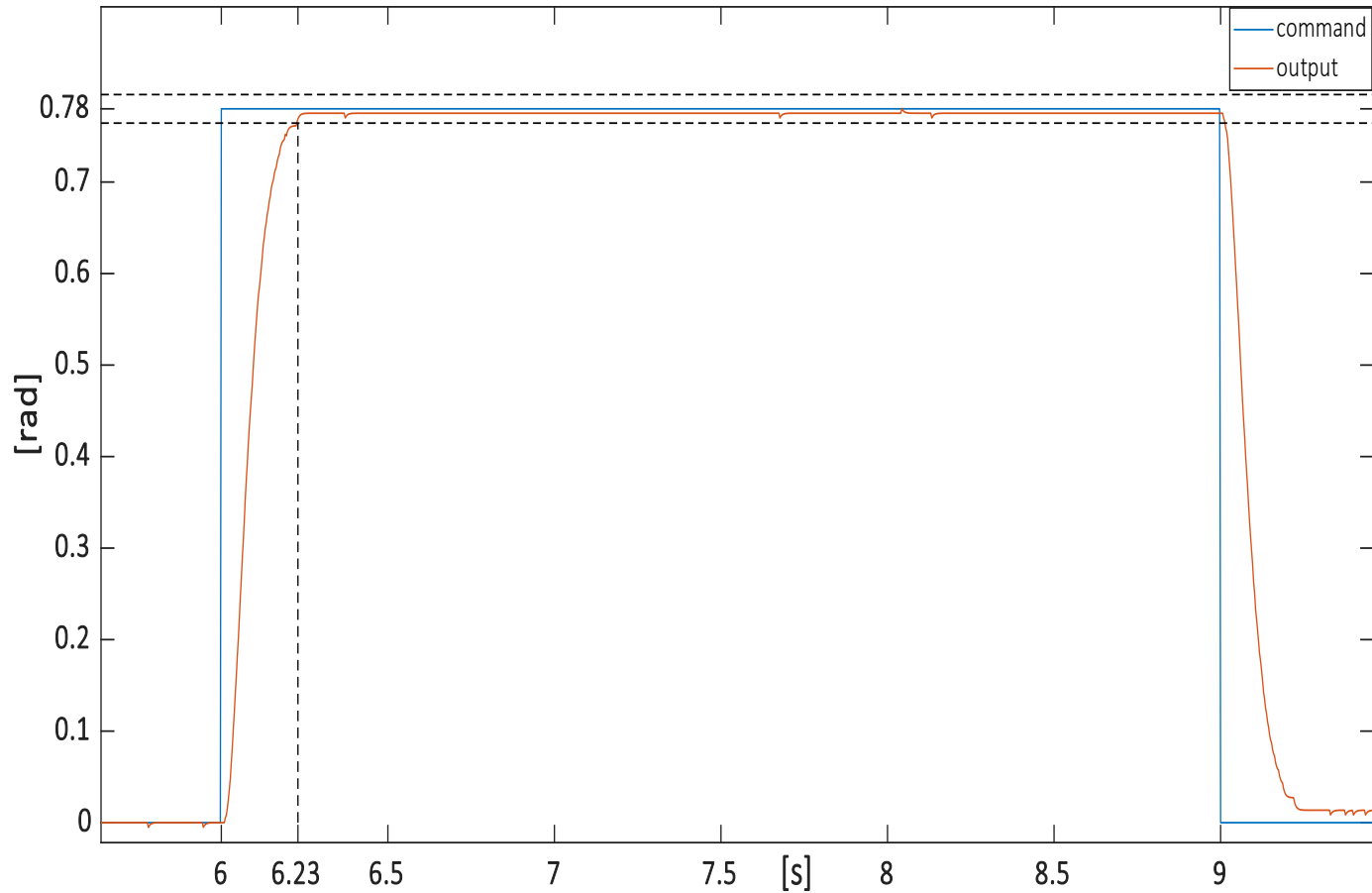
Con qualche tentativo e uso di sperimentazioni si ottiene il valore ottimale $K_p = 6.77$ con il minimo $T_a = 0.23$ s e $S \cong 0\%$, $\max |v_a| = 5.2$ [V]



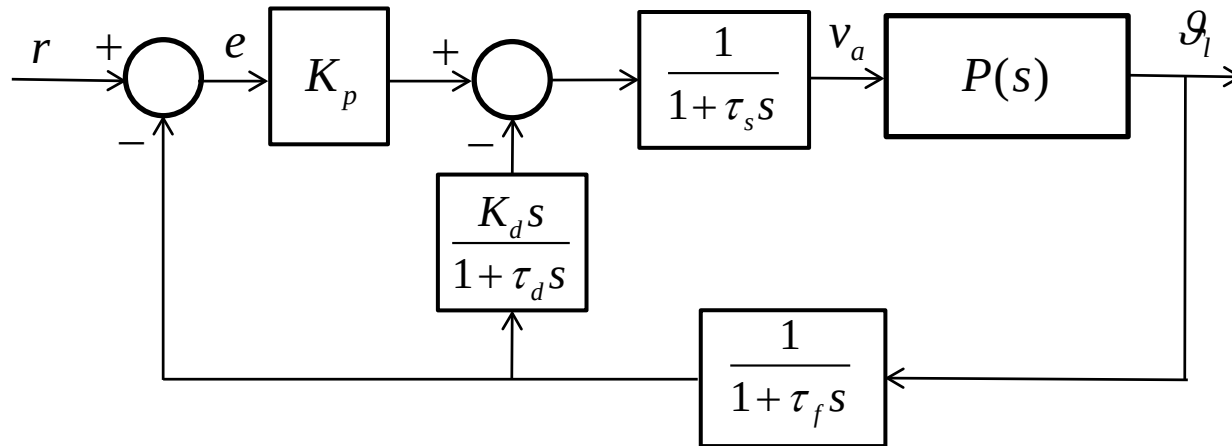
Segnale della tensione di armatura



Dettaglio della risposta all'onda quadra



2) Controllore PD (proporzionale-derivativo)



$$T(s) = \frac{K_p (1 + \tau_f s)(1 + \tau_d s)}{s(\alpha s + \beta)(1 + \tau_f s)(1 + \tau_s s)(1 + \tau_d s) + K_p (1 + \tau_d s) + K_d s}$$

$$T_{rv_a}(s) = \frac{K_p (1 + \tau_f s)(1 + \tau_d s)s(\alpha s + \beta)}{s(\alpha s + \beta)(1 + \tau_f s)(1 + \tau_s s)(1 + \tau_d s) + K_p (1 + \tau_d s) + K_d s}$$

Metodo di progetto (nel dominio del tempo)

- 1) Si determinano valori ottimali dei parametri del controllore (K_p e K_d) **con il luogo delle radici e le simulazioni.**
- 2) I valori ottimali trovati vengono migliorati mediante **tuning con sperimentazioni.**

$$\min_{K_p, K_d} T_a$$

con i vincoli $S = 0\%$ e $|v_a(t)| \leq 10 \text{ V}$ durante il transitorio

Parametri del sistema di controllo equivalente a tempo continuo:
 $\tau_s = 0.003 \text{ s}$; $\tau_f = 0.00637 \text{ s}$; $\tau_d = 0.01 \text{ s}$ (il tempo di campionamento è di 0.003 s).

$$T(s) = \frac{K_p(1 + \tau_f s)(1 + \tau_d s)}{s(\alpha s + \beta)(1 + \tau_f s)(1 + \tau_s s)(1 + \tau_d s) + K_p(1 + \tau_d s) + K_d s}$$

Equazione caratteristica:

$$s(\alpha s + \beta)(1 + \tau_f s)(1 + \tau_s s)(1 + \tau_d s) + K_p(1 + \tau_d s) + K_d s = 0$$

Luogo delle radici:

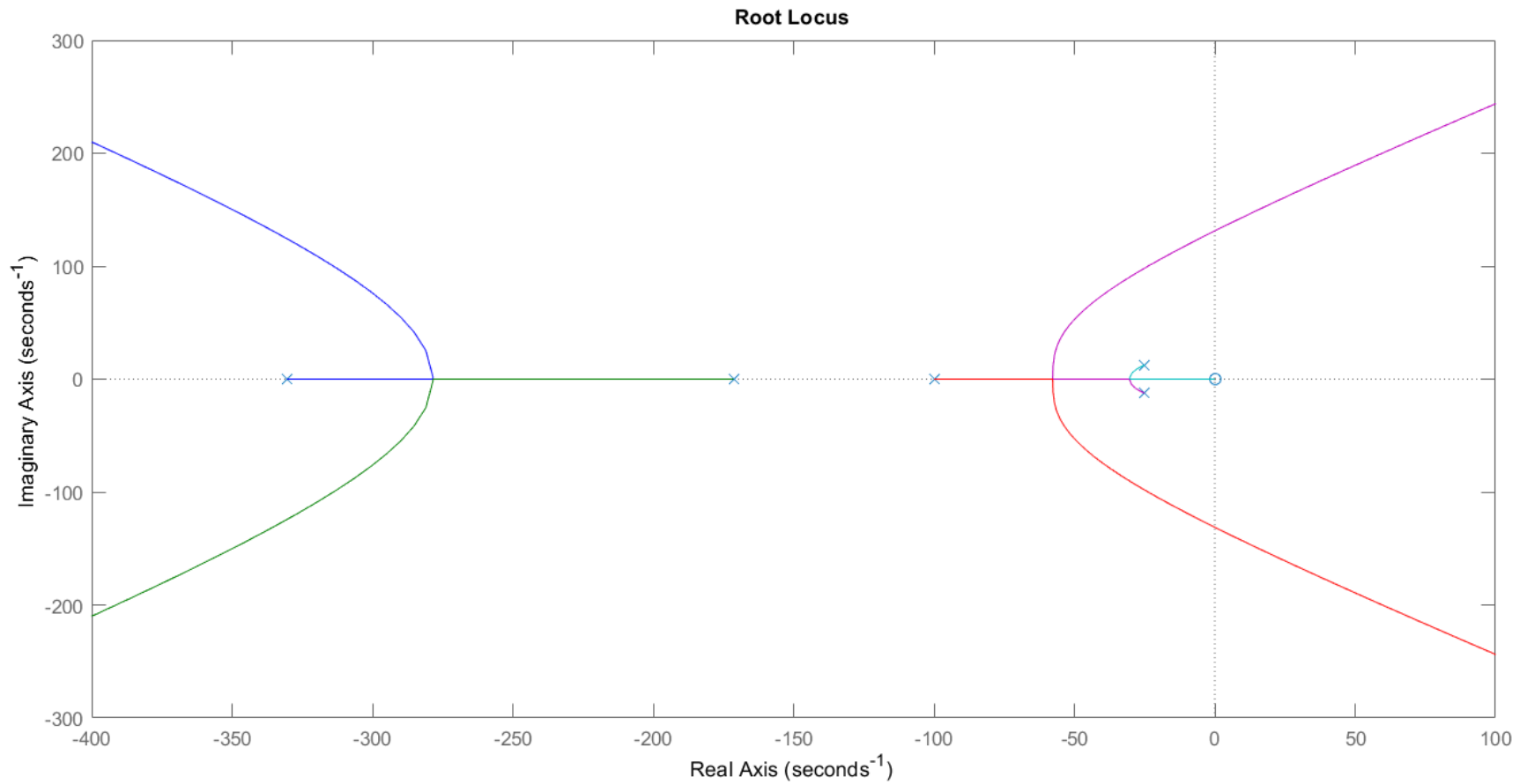
$$1 + K_d \frac{s}{s(\alpha s + \beta)(1 + \tau_f s)(1 + \tau_s s)(1 + \tau_d s) + K_p(1 + \tau_d s)} = 0$$

Controllore PD: risultati simulativi

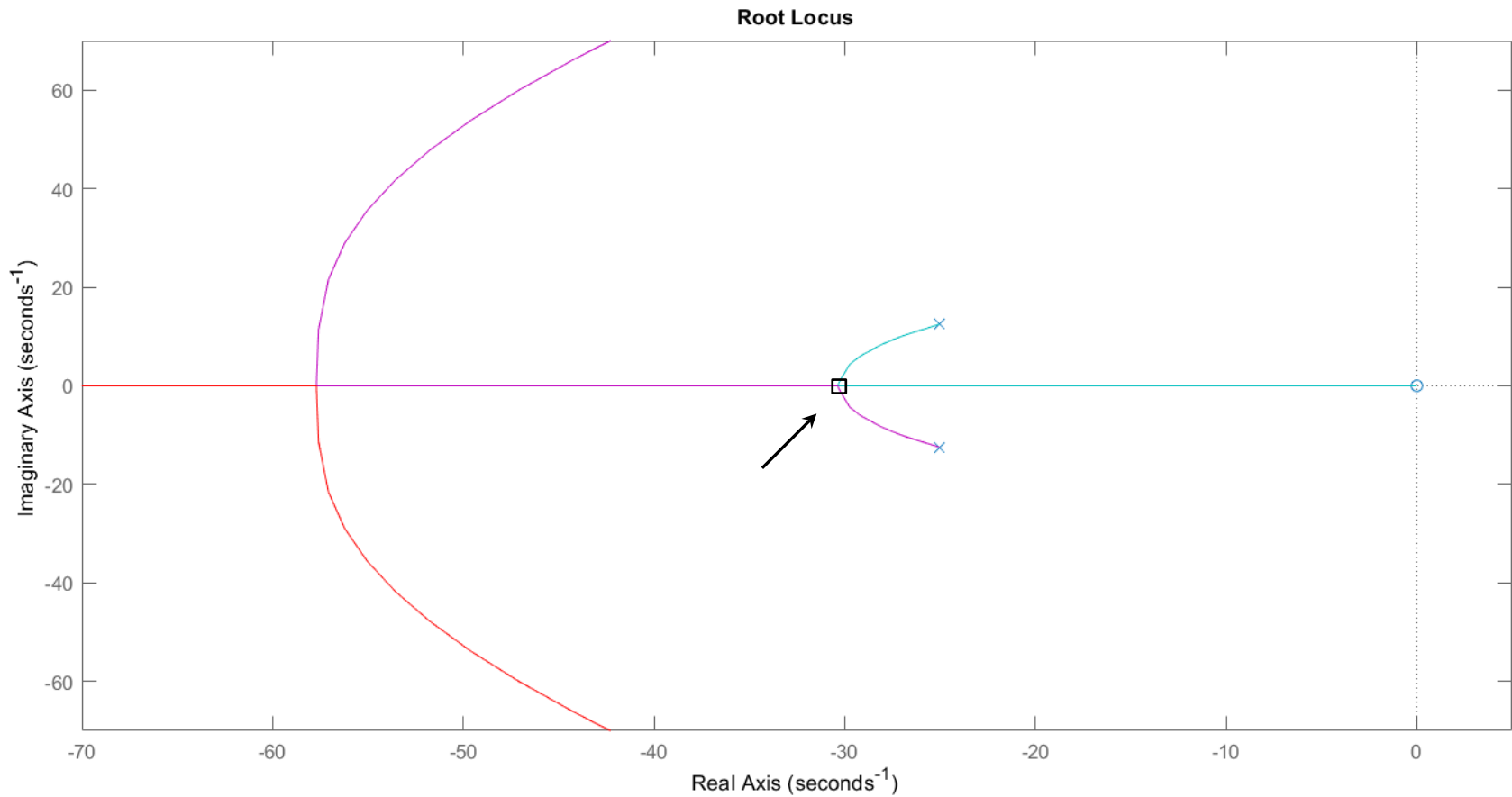
K_p	K_d^* (1)	T_a [s]	S (%)	$\max v_a $ [V]
8	0.032	0.197	0	6.2
9	0.053	0.176	0	7
10	0.068	0.154	0	7.5
11	0.081	0.136	0	8.5
12	0.096	0.124	0	9
13	0.112	0.112	0	9.85
14	0.127	0.102	0.076	10.6

(1) Valore corrispondente al massimo del grado di stabilità $\max_{K_d > 0} G_S$

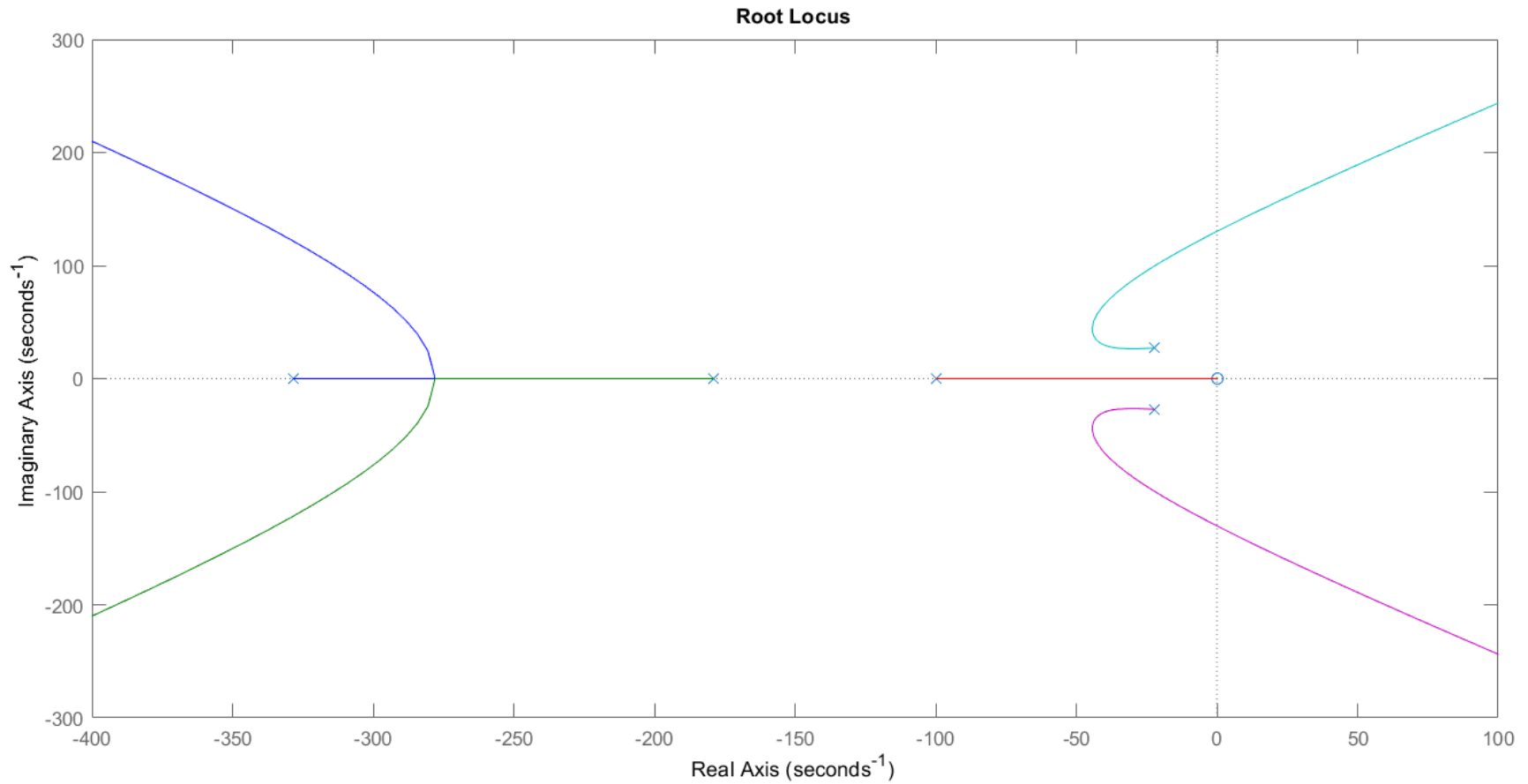
Luogo delle radici con $K_p = 8$



Luogo delle radici con $K_p = 8$

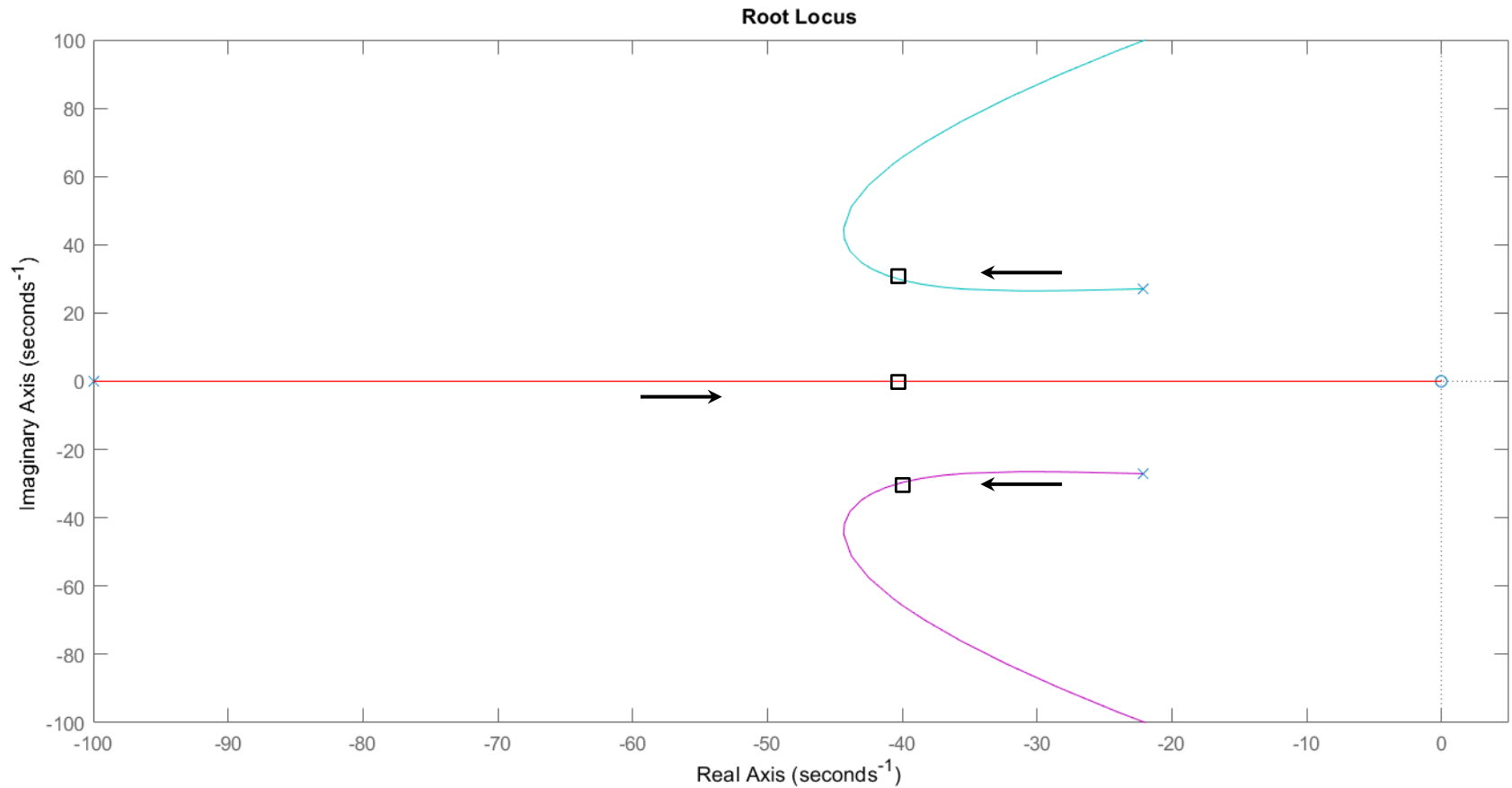


Luogo delle radici con $K_p = 13$

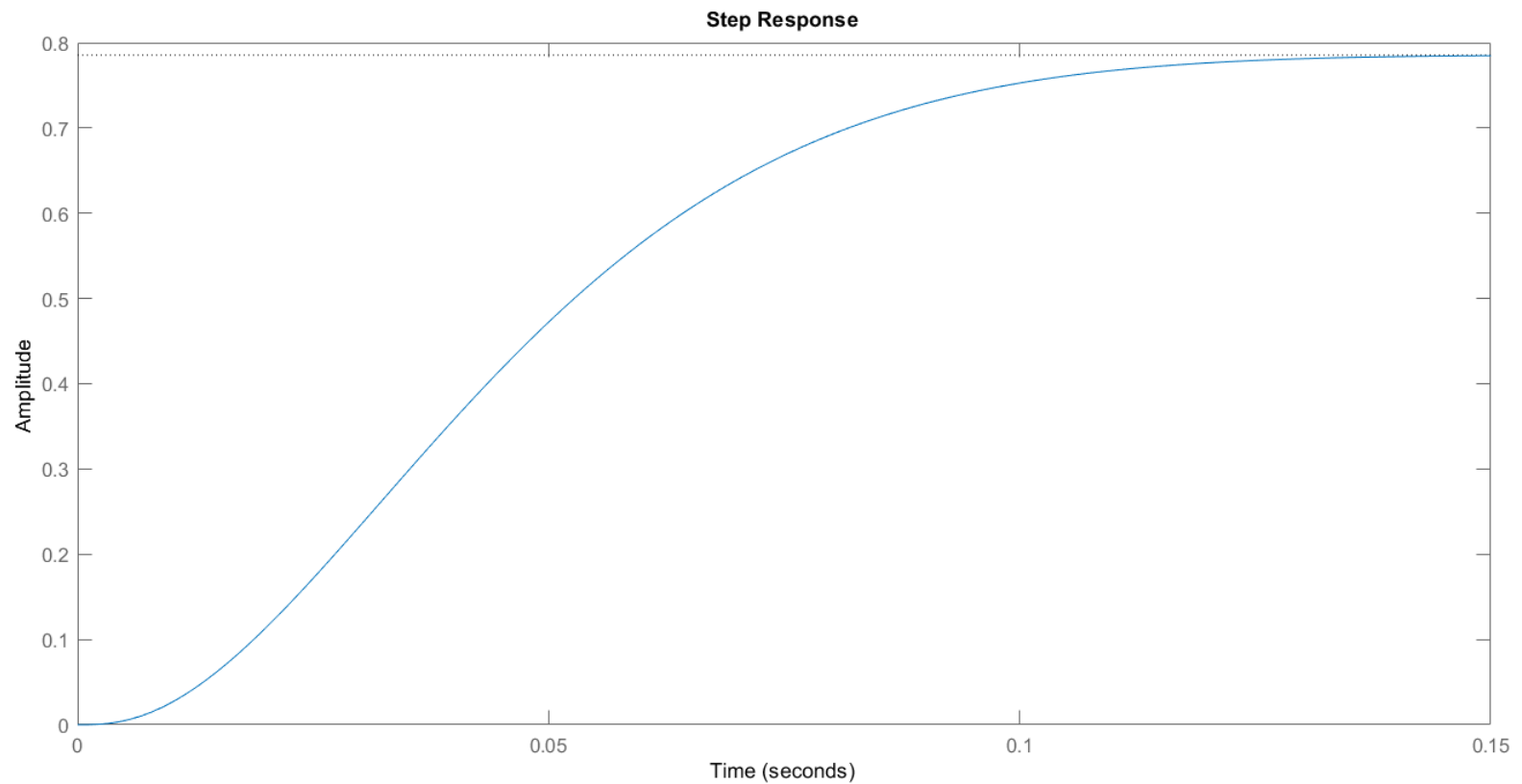


Luogo delle radici con $K_p = 13$

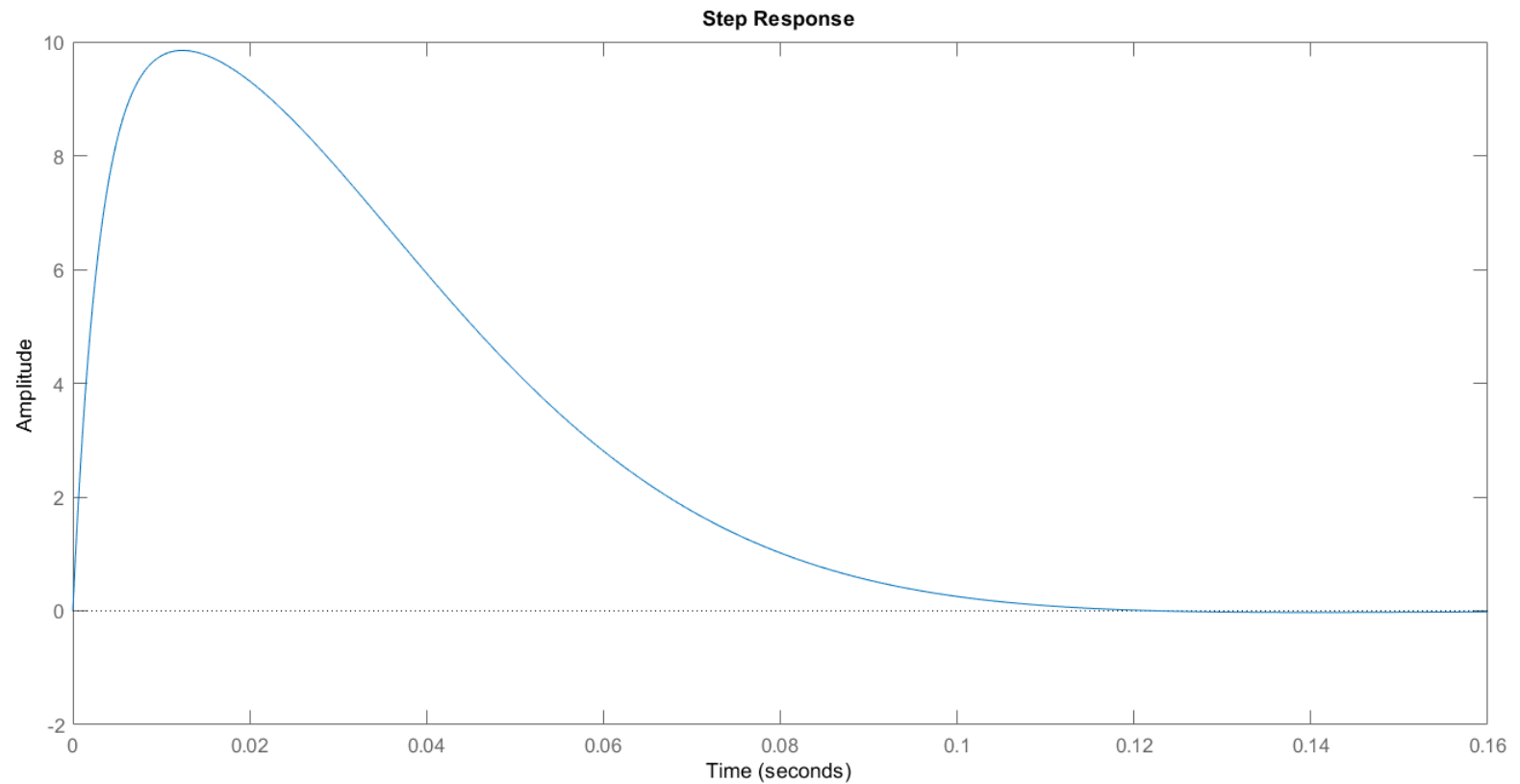
Poli dominanti $-41, -41 \pm j31 \text{ [s}^{-1}\text{]}$



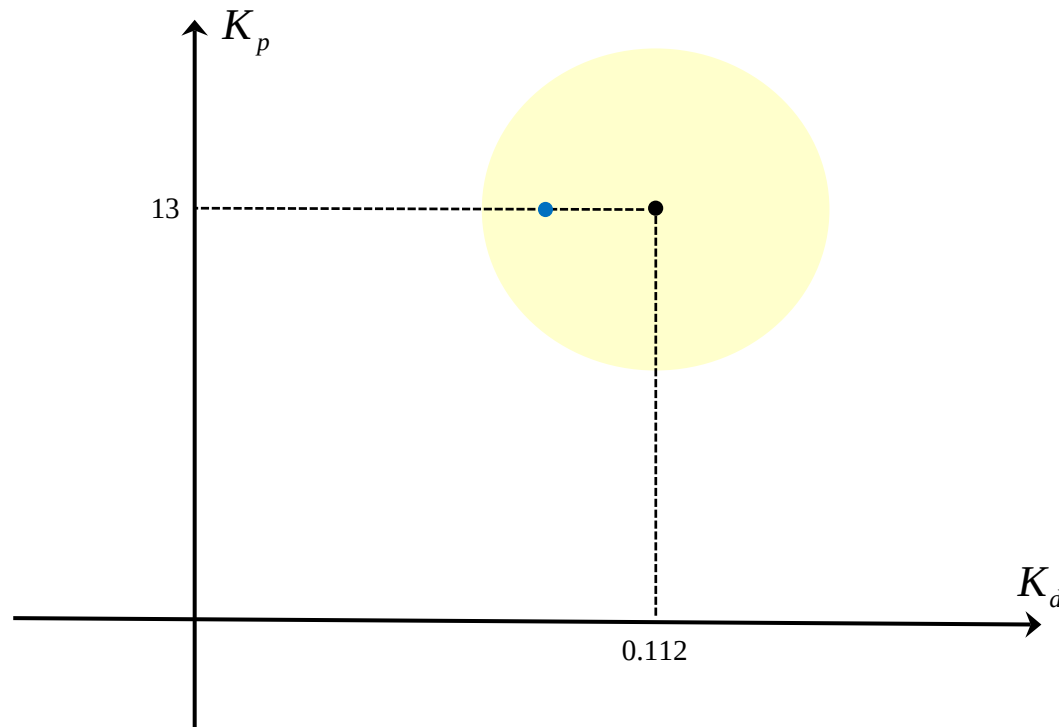
Simulazione dell'uscita con $K_p = 13$ e $K_d = 0.112$



Simulazione della tensione di armatura con $K_p = 13$
e $K_d = 0.112$



Miglioramento locale mediante simulazioni dei valori $K_p = 13$ e $K_d^* = 0.112$
($T_a = 0.112$ s, $S = 0\%$, $\max|v_a| = 9.85$)



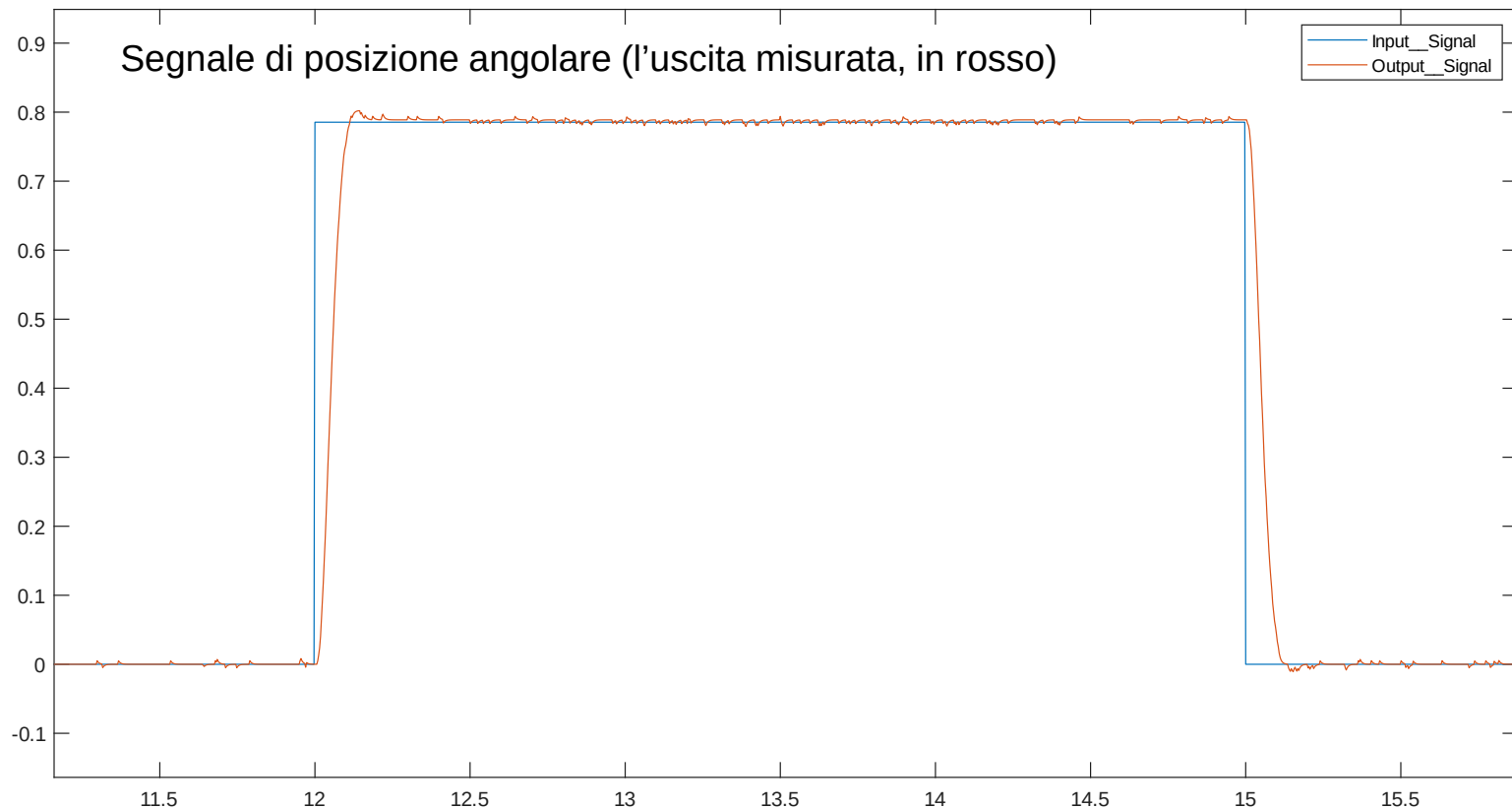
Stima del minimo locale in $K_p = 13$ e $K_d = 0.11$ ($T_a = 0.111$ s, $S = 0\%$,
 $\max|v_a| = 9.85$)

Quali sono le prestazioni reali del controllore PD progettato con le simulazioni?

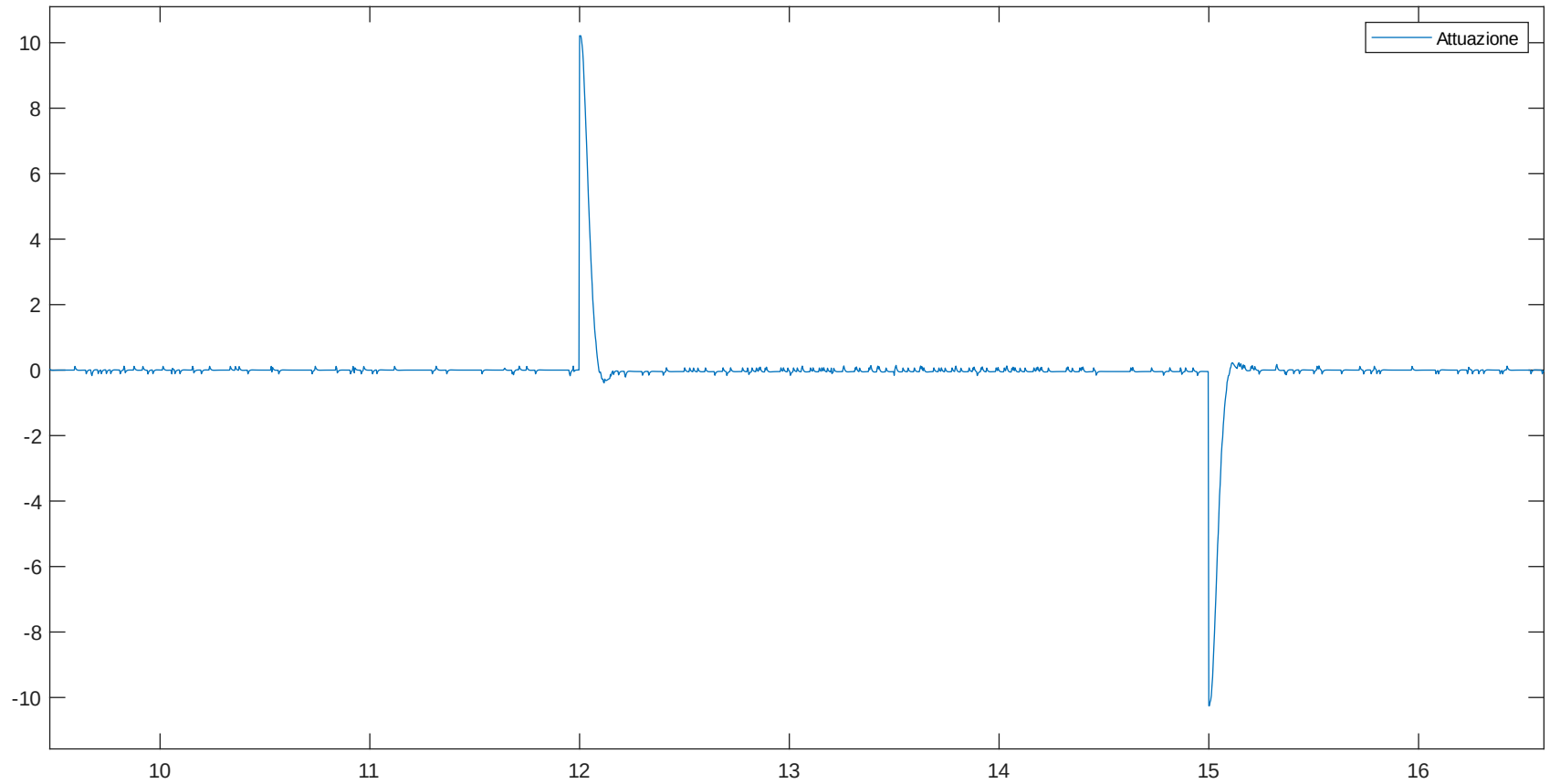
$(K_p = 13, K_d = 0.11:$

prestazioni simulate $T_a = 0.111$ [s], $S = 0\%$, $\max |v_a| = 9.85$ [V]

prestazioni reali $T_a = 0.147$ [s], **$S = 2.14\%$, $\max |v_a| = 10.22$ [V]**)

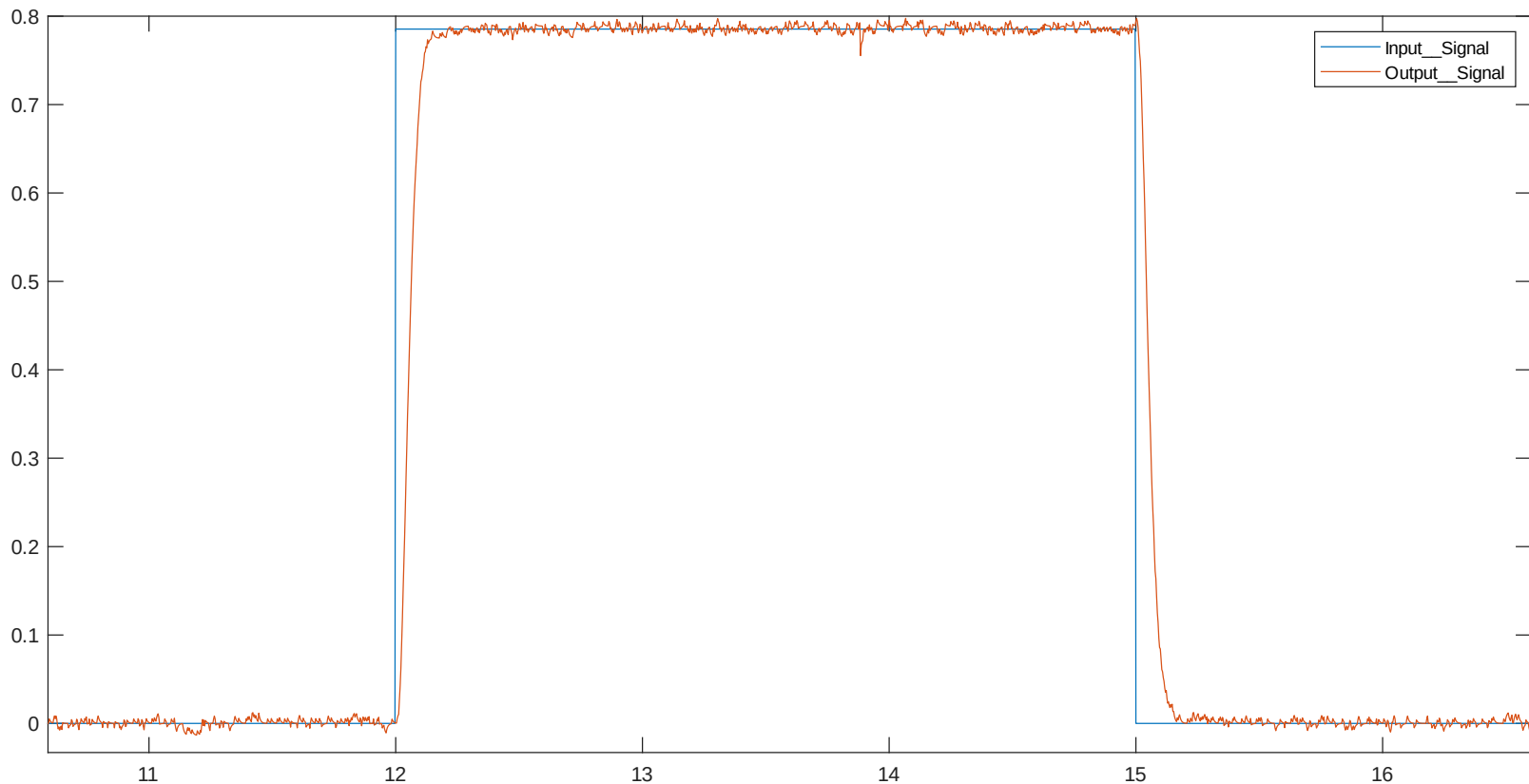


$K_p = 13, K_d = 0.11$:
Segnale di tensione ($\max|v_a| = 10.22$ [V])

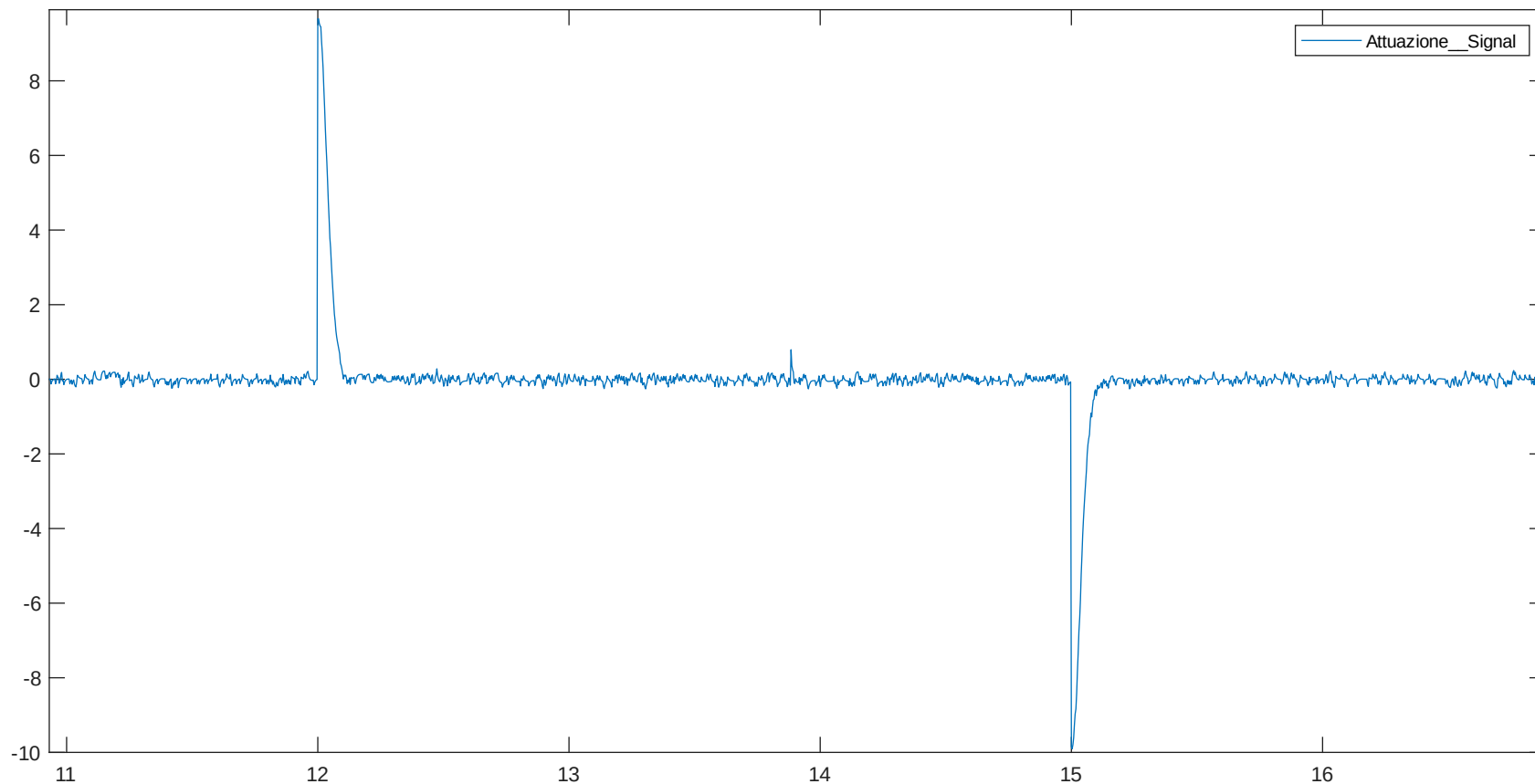


Tuning dei parametri del controllore PD con le sperimentazioni
Si ottengono i valori ottimali $K_p = 12.3$ e $K_d = 0.15$ con $T_a = 0.135$ [s] e $S \cong 0\%$, $\max |v_a| = 9.66$ [V]

Segnale di posizione angolare (l'uscita misurata, in rosso)



Segnale di tensione $\max |v_a| = 9.66 \text{ [V]}$ ($\max |v_a| = 9.90 \text{ [V]}$ se $v_a < 0$)



Conclusioni

	K_p	K_d	T_a [s]	S (%)	$\max v_a $ [V]
Controllore P	6.77	--	0.23	0	5.2
Controllore PD	12.3	0.15	0.135	0	9.66

E' possibile progettare un controllore con prestazioni migliori del controllore PD?

Probabilmente sì!

Per esempio, un controllore feedforward-feedback basato su inversione dinamica (inversion-based control)...

Bibliografia

- M. Banzi, M. Siloh, «**Make: Getting Started with Arduino**», MakerMedia, third edition, 2015.
- F. Golnaraghi, B.C. Kuo. “**Automatic Control Systems.**” Wiley, ninth edition, 2010. [per la modellistica pp. 198-205]
- C. Guarino Lo Bianco, A. Piazzzi, “**A servo control system design using dynamic inversion**”, Control Engineering Practice, vol. 10, no. 8, pp. 847-855, August 2002.
- P.S. Mushiana, «**Un sistema di controllo per la regolazione di posizione di un motore elettrico**», tesi di laurea in ingegneria informatica, elettronica e delle telecomunicazioni, Università di Parma, dicembre 2018.
- A. Cippelletti, «**Schemi di controllo per la regolazione di posizione di un motore elettrico**», tesi di laurea in ingegneria informatica, elettronica e delle telecomunicazioni, Università di Parma, luglio 2019.
- <https://it.mathworks.com/help/supportpkg/arduinoio/examples/getting-started-with-matlab-support-package-for-arduino-hardware.html?prodcode=ML>
- MATLAB Control Systems Toolbox:
<https://it.mathworks.com/products/control.html>
- SIMULINK (MATLAB): <https://it.mathworks.com/products/simulink.html>