

## MODELLI E ALGORITMI PER IL SUPPORTO ALLE DECISIONI

**ESERCIZIO 1.** (9 punti) Sia dato il problema dell'albero di supporto a peso minimo con i seguenti pesi associati agli archi

|   | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | – | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 2 |   | – | 7 | 6  | 7  | 7  |
| 3 |   |   | – | 4  | 5  | 5  |
| 4 |   |   |   | –  | 3  | 2  |
| 5 |   |   |   |    | –  | 1  |
| 6 |   |   |   |    |    | –  |

Lo si risolva con tutti e tre gli algoritmi visti a lezione. Cosa succede, secondo voi, se il costo dell'arco (4, 5) scende da 3 a 2.

**ESERCIZIO 2.** (10 punti)

Sia data la rete  $G = (V, A)$  con

$$V = \{S, 1, 2, 3, 4, 5, 6, D\}$$

e

$$A = \{(S, 1), (S, 3), (1, 6), (2, 1), (3, 2), (3, 4), (5, 4), (6, 5), (4, D), (6, D)\}$$

con le capacità

$$c_{S1} = 8 \quad c_{S3} = 2 \quad c_{16} = 5 \quad c_{21} = 6 \quad c_{32} = 1 \quad c_{34} = 3 \quad c_{54} = 4 \quad c_{65} = 3 \\ c_{4D} = 5 \quad c_{6D} = 4.$$

Sia data la soluzione

$$x_{S1} = 2 \quad x_{S3} = 2 \quad x_{16} = 3 \quad x_{21} = 1 \quad x_{32} = 1 \quad x_{34} = 1 \quad x_{54} = 3 \quad x_{65} = 3 \\ x_{4D} = 4 \quad x_{6D} = 0.$$

Dopo aver mostrato che tale soluzione è un flusso ammissibile, si parta da essa per determinare il flusso massimo e il taglio minimo per questa rete. È vero che se aumento di 1 la capacità dell'arco (3, 4), il flusso massimo aumenta di 1? È vero che se aumento di 1 la capacità dell'arco (1, 6), il flusso massimo aumenta di 1?

**ESERCIZIO 3.** (6 punti) Si dimostri la correttezza dell'algoritmo di Ford-Fulkerson per il problema di flusso massimo e per il relativo problema di taglio minimo.

**ESERCIZIO 4.** (6 punti) Dopo aver dato la definizione di problema di  $\varepsilon$ -approssimazione per un problema di ottimizzazione, si illustrino i quattro diversi gradi di difficoltà dei problemi di ottimizzazione  $NP$ -completi basati sulla difficoltà dei rispettivi problemi di approssimazione.