

## MODELLI E ALGORITMI PER IL SUPPORTO ALLE DECISIONI

**ESERCIZIO 1.** (10 punti) Sia data la rete  $G = (V, A)$  con

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$$

con i seguenti costi unitari di trasporto  $c_{ij}$  e capacità  $d_{ij}$

arco	(1, 2)	(1, 3)	(2, 3)	(2, 4)	(3, 4)	(3, 5)	(4, 5)
$c_{ij}$	6	14	3	9	1	6	11
$d_{ij}$	7	4	6	6	7	5	8

e i seguenti valori  $b_i$  associati ai nodi

nodo	1	2	3	4	5
$b_i$	+8	0	0	0	-8

Verificare che alla terna

$$B = \{(1, 2), (2, 4), (3, 5), (4, 5)\} \quad N_0 = \{(2, 3), (3, 4)\} \quad N_1 = \{(1, 3)\}.$$

corrisponde una soluzione di base ammissibile e partire da questa per determinare una soluzione ottima e il valore ottimo per questo problema.

**ESERCIZIO 2.** (9 punti) Sia data la soluzione ottima di un problema di flusso massimo e quella del corrispondente problema di taglio a costo minimo. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **MOTIVANDO LA RISPOSTA**:

- il valore ottimo del problema può essere aumentato aumentando opportunamente la capacità di un arco che non fa parte della soluzione ottima del problema di taglio minimo;
- può esistere un cammino orientato dalla sorgente  $S$  alla destinazione  $D$  privo di archi saturi;
- gli archi uscenti dalla sorgente  $S$  sono tutti saturi.

**ESERCIZIO 3.** (6 punti) Si descriva l'algoritmo di Dijkstra, specificando sotto quali condizioni è corretto e ricavandone la complessità.

**ESERCIZIO 4.** (6 punti) Si dimostri la correttezza dell'algoritmo greedy per il problema Minimum Spanning Tree.