

## MODELLI E ALGORITMI PER IL SUPPORTO ALLE DECISIONI

**ESERCIZIO 1.** (9 punti) Si risolva il problema di schedulazione con  $m = 1$  macchina, misura di prestazione  $\bar{T}$  e i seguenti tempi di esecuzione sulla macchina e due date

Job	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$p_i$	12	10	9	11
$d_i$	15	7	8	12

Si indichi sia la schedulazione ottima che il valore ottimo del problema. Se aggiungo il job  $J_5$  con  $p_5 = 20$  e  $d_5 = 62$ , come cambia la schedulazione ottima?

**ESERCIZIO 2.** (10 punti) Si consideri un problema di flusso massimo sulla rete  $G = (V, A)$  con

$$V = \{S, 1, 2, 3, 4, D\}$$

$$A = \{(S, 1), (S, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (3, D), (4, D)\}.$$

Nella tabella seguente sono riportati un flusso iniziale  $x_{ij}$  lungo ogni arco e le capacità  $d_{ij}$  degli archi.

arco	$(S, 1)$	$(S, 2)$	$(1, 3)$	$(1, 4)$	$(2, 4)$	$(3, D)$	$(4, D)$
$x_{ij}$	2	1	0	2	1	0	3
$d_{ij}$	4	8	5	2	10	6	6

Verificare che il flusso dato è ammissibile e partire da questo per determinare una soluzione ottima e il valore ottimo per questo problema e per il corrispondente problema di taglio a costo minimo. Se aumento di 1 la capacità dell'arco  $(1, 4)$ , aumento di 1 il valore del flusso massimo? Se aumento di 2 la capacità dell'arco  $(4, D)$ , aumento di 2 il valore del flusso massimo?

**ESERCIZIO 3.** (6 punti) Si dimostri che nei problemi di flow-shop, se la misura di prestazione è regolare, allora esiste una schedulazione ottima in cui i job sono sequenziati nello stesso ordine sulle prime due macchine.

**ESERCIZIO 4.** (6 punti) Dato un problema di ottimizzazione (o un equivalente problema di riconoscimento) si dia una definizione rigorosa di dimensione di un'istanza del problema e di algoritmo di risoluzione del problema con la relativa complessità. Si spieghi quando il problema appartiene alla classe  $P$  e quando appartiene alla classe  $NP$ .