

Table 1:

	Negozio 1	Negozio 2	Negozio 3	Negozio 4
Deposito 1	15	12	14	16
Deposito 2	18	16	15	20
Deposito 3	22	20	30	15

Compito di Ricerca Operativa II del 17/07/2003

Esercizio 1 (14 punti)

1) Dato un generico problema di trasporto con m depositi e n negozi, quale delle seguenti affermazioni è vera per una soluzione di base ammissibile:

- a) almeno $m + n - 1$ variabili hanno valore diverso da 0;
- b) al massimo $m + n - 1$ variabili hanno valore diverso da 0.

2) Sia ora dato un problema di trasporto con le seguenti disponibilità per i 3 depositi:

$$a_1 = 30 \quad a_2 = 40 \quad a_3 = 50$$

e le seguenti richieste da parte dei negozi:

$$b_1 = 10 \quad b_2 = 20 \quad b_3 = 70 \quad b_4 = 40$$

e i costi unitari di trasporto riportati in Tabella 1. Risolvere tale problema con l'algoritmo visto a lezione fornendo una soluzione ottima ed il relativo valore ottimo.

3) Sia dato un problema di trasporto con 2 depositi e n negozi:

- a) È possibile che esista una soluzione di base ottima tale che per ogni negozio j , $j = 1, \dots, n$, solo una delle due variabili x_{1j} e x_{2j} è in base?
- b) È possibile che esista una soluzione di base ottima tale che per ogni negozio j , $j = 1, \dots, n$, solo una delle due variabili x_{1j} e x_{2j} ha valore strettamente positivo?

Esercizio 2 (14 punti)

Sia dato il problema TSP con la matrice di distanze riportata qui sotto:

	1	2	3	4	5
1	∞	8	9	1	8
2	3	∞	2	6	5
3	8	7	∞	5	1
4	2	3	6	∞	5
5	9	3	3	5	∞

- 1) Si applichi l'euristica greedy a partire dal nodo 1 e si determini il circuito hamiltoniano da essa restituito. Sapreste modificare una singola distanza in modo tale che al crescere di tale distanza, il risultato restituito dall'euristica greedy cresce in modo direttamente proporzionale ad essa?
- 2) Risolvete il problema di TSP dato con l'algoritmo branch-and-bound visto a lezione restituendo una soluzione ottima ed il valore ottimo.
- 3) Costruite un semplice esempio con 4 nodi in cui l'euristica greedy con nodo di partenza il nodo 1 **non** restituisce un ottimo locale del problema rispetto alla vicinanza N_2 .

Esercizio 3 (6 punti)

1) Si consideri un problema di flusso massimo su una rete $G = (V, A)$ e sia $U \subset V$ un taglio a costo minimo per tale problema. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false (motivando la risposta):

- a) se rimuovo un arco appartenente al taglio, ovvero un arco $(i, j) \in A$, $i \in U$ e $j \notin U$, di capacità positiva, il valore del flusso massimo diminuisce certamente;
- b) se aggiungo alla rete un arco $(i, j) \notin A$, $i \in U$ e $j \notin U$, di capacità positiva il valore del flusso massimo aumenta certamente.

2) Costruire tre piccoli esempi di problema di flusso a costo minimo per i quali si abbia che:

- a) non esistono soluzioni ammissibili;
- b) esiste più di una soluzione ottima;
- c) l'obiettivo è illimitato.

3) Si proponga un rilassamento lagrangiano per il problema dello zaino e si spieghi come determinare una soluzione ottima di tale rilassamento.