

Frazioni

Attenzione: contenuto estremamente banale, si prega di non indignarsi.

Glossario

$\frac{\text{numeratore}}{\text{denominatore}} \leftarrow \text{linea di frazione}$

mcm: minimo comune multiplo

MCD: massimo comune divisore

Unità frazionaria: ogni parte in cui viene diviso l'intero (il denominatore quindi, il numeratore dice quante parti sono state prese)

Frazioni Proprie: quando il numeratore è minore del denominatore

Frazioni Improprie: quando il numeratore è maggiore del denominatore

Frazioni Apparenti: quando numeratore è uguale o multiplo del denominatore

Frazioni Complementari: due frazioni che sommate formano un intero

Frazioni Equivalenti: quando le frazioni hanno lo stesso valore

Semplificazione: divisione di entrambi i termini per un valore comune

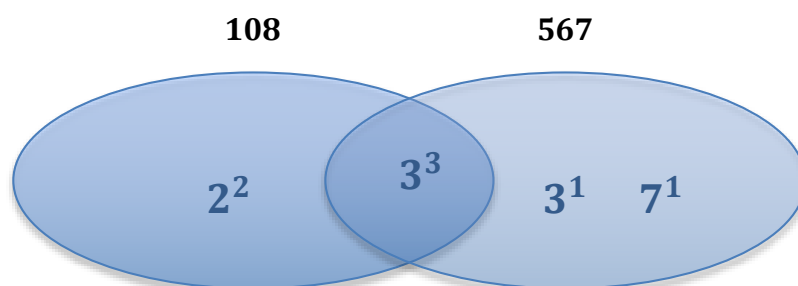
Frazione Inversa: si ottiene scambiando numeratore con denominatore

Frazione Decimale: una frazione che ha per denominatore un multiplo di 10

MCD

Il Massimo Comune Divisore di due o più numeri si ottiene scomponendoli entrambi in fattori primi e moltiplicando i fattori primi comuni, ciascuno preso una sola volta con il minimo esponente.

$\begin{array}{r l} 108 & 2^2 \\ 27 & 3^2 \\ 3 & \underline{3} \\ 1 & \end{array}$	$108 = 2^2 \times 3^3$	$\begin{array}{r l} 567 & 3^2 \\ 63 & 3^2 \\ 7 & \underline{7} \\ 1 & \end{array}$	$567 = 3^4 \times 7$	$MCD = 3^3 = 27$
--	------------------------	--	----------------------	------------------



mcm

Il minimo comune multiplo si ottiene scomponendo i due o più numeri dati in fattori primi e moltiplicandoli, comuni e non comuni con il massimo esponente, ciascuno preso una sola volta. Utile per trasformare più frazioni in una unica equivalente.

In pratica si fa in modo che due frazioni si trasformino in altre due equivalenti alle originali, avendo lo stesso denominatore.

Passaggi:

- Ridurre i fattori ai minimi termini (semplificarli)
- Trovare un denominatore che possa essere multiplo di entrambi i denominatori
 - Scomporre entrambi i numeri in fattori primi
 - Prendere i fattori primi
 - Comuni e non comuni
 - Una sola volta
 - Al massimo esponente
 - Moltiplicarli

$$m.c.m.(a,b) = \frac{a \cdot b}{MCD(a,b)}$$

Frazioni

Il risultato della frazione indica una percentuale, del numeratore rispetto al denominatore:

$$\frac{1}{3} \approx 0,33 \approx 33\% \quad \frac{4}{3} \approx 1,33 \approx 133\%$$

Il denominatore indica in quante parti si divide la unità, il numeratore indica quante parti (divise) si prendono in considerazione.

Riduzione ai minimi termini

Una espressione si può semplificare dividendo i termini per un valore comune, ottenendo una frazione equivalente:

$$\frac{10}{14} = \frac{10 \div 2}{14 \div 2} = \frac{5}{7}$$

Quando una frazione non si può ridurre più allora è irriducibile, quindi ridotta ai minimi termini. Il numeratore e il denominatore sono primi tra loro.

Si riducono numeratore e denominatore ai minimi termini dividendoli per il loro MCD, oppure indicando fattori primi ed eseguendo semplificazioni:

$$\frac{18}{6} = \frac{\cancel{2} \times 3^2}{2^{\cancel{2}}} = \frac{3^2}{2} = \frac{9}{2}$$

Denominatore comune

Si ottiene calcolando l'mcm di più denominatori, dividendo il denominatore di ciascuno per l'mcm e moltiplicandolo per il numeratore.

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{7} \rightarrow mcm = 2^2 \times 7 = 28 \rightarrow \frac{(3 \times (28 \div 4)), (5 \times (28 \div 7))}{28} = \frac{3 \times 7, 5 \times 4}{28}$$

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D + C \cdot B}{B \cdot D}$$

Per avere tutti i denominatori uguali a volte è possibile moltiplicare e dividere un termine per lo stesso numero. Utile se si nota un prodotto notevole.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} \Rightarrow (\text{se } D \cdot -D = B) \Rightarrow \frac{A}{B} + \frac{C}{D} \cdot \frac{-D}{-D} \Rightarrow \frac{A + C \cdot -D}{B}$$

Operazioni con le frazioni

Addizione e sottrazione

- Se il denominatore è uguale
 - Si sommano o sottraggono i numeratori
- Se il denominatore è diverso
 - Si calcola m.c.m. dei denominatori
 - Si riducono le frazioni al minimo comun denominatore, quindi si divide m.c.m. per il denominatore e si moltiplica per il numeratore
 - Si sommano o sottraggono i numeratori
- Se uno è un intero
 - Il numero intero si moltiplica per il denominatore comune, e si usa come numeratore

Moltiplicazione e divisione

- Dividere per una frazione equivale a moltiplicare per la stessa frazione invertita (numeratore con il denominatore)
 - $\frac{1}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4}$
- Quando si moltiplicano due frazioni
 - Si semplificano ai minimi termini, anche tra una frazione e l'altra (sempre numeratore con denominatore, solo se ci sono unicamente moltiplicazioni)
 - Si moltiplicano tutti i numeratori, si moltiplicano tutti i denominatori
 - $\frac{25}{5} \cdot \frac{20}{4} \cdot \frac{8}{2} = \frac{\cancel{25}^5}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{20}^5}{\cancel{4}_2} \cdot \frac{\cancel{8}^4}{\cancel{2}_2} = \frac{5 \cdot 20 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{400}{4} = 100$

Potenze

- Quando si eleva a potenza una frazione, si eleva a potenza numeratore e denominatore
 - $\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4}$
- Si applicano le normali proprietà delle potenze

Frazioni a termini frazionari

- Quando il numeratore, o il denominatore, o entrambi sono delle frazioni
- Si trattano come una frazione che divide l'altra, quindi una delle due si inverte e diventa una moltiplicazione
- Attenzione a non confondere i segni di frazione, distinguere bene una frazione contenuta da quella che la contiene
- $\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$
- $\frac{\frac{A}{B}}{C} = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{C}$