

Calcolo delle probabilità

Attenzione: contenuto estremamente banale, si prega di non indignarsi.

Evento aleatorio

Un evento aleatorio o casuale, è un evento il cui verificarsi dipende dal caso.

Si dice:

- **Certo**, se il suo verificarsi è sicuro (testa o croce)
- **Probabile**, se potrebbe verificarsi ma non è sicuro (l'uscita del 2 di una carta)
- **Impossibile**, se non può verificarsi assolutamente (il numero 7 in un dado)

Probabilità

La probabilità $p(E)$ di un evento E qualsiasi, è il rapporto fra il numero di casi favorevoli f e il numero di tutti i casi ugualmente possibili n , quindi $p(E) = \frac{f}{n}$, ed è sempre compreso fra 1 e 0

A seconda del risultato:

- $p(E) = 0$ Evento impossibile
- $0 < p(E) < \frac{1}{2}$ Evento improbabile
- $p(E) = \frac{1}{2}$ Evento incerto
- $\frac{1}{2} < p(E) < 1$ Evento probabile
- $p(E) = 1$ Evento certo

Si consideri un numero di prove t dove viene estratto un risultato casuale:

La **frequenza assoluta** è il numero di volte che un evento E si è verificato durante un numero di prove t , mentre la **frequenza relativa** ($F(E)$) è il rapporto fra la frequenza assoluta e il numero di prove effettuate.

$$F(E) = \frac{\text{freq assoluta}}{t}$$

O meglio, in parole umane:

$$F(E) = \frac{\text{numero di casi possibili}}{\text{numero di possibilità}}$$

Esempio

In un sacchetto con due palline verdi e una rossa:

Probabilità di prendere una pallina verde: $p(E_1) = \frac{\text{palline verdi}}{\text{tutte le palline}} = \frac{2}{3}$

La **legge empirica del caso** o anche detta legge dei grandi numeri afferma che più sono numerose le prove effettuate nelle stesse condizioni, più la frequenza relativa si approssima alla probabilità $p(E)$ dell'evento.

Eventi incompatibili

Due eventi sono incompatibili quando il verificarsi di uno esclude il verificarsi dell'altro (per esempio testa o croce, non tutti e due) ed è possibile che nessuno dei due si verifichi.

Dati due eventi aleatori incompatibili, la probabilità che uno dei due si verifichi è data dalla somma delle probabilità di ciascuno dei due.

$$P(E_1 \vee E_2) = p(E_1) + p(E_2)$$

Eventi compatibili

Quando è possibile che due eventi si verifichino contemporaneamente (per esempio l'uscita del numero 3 e l'uscita di un numero dispari). La probabilità che si verifichi almeno uno dei due è data dalla somma delle probabilità individuali, meno la probabilità che si verifichino entrambi.

$$P(E_1 \vee E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \wedge E_2)$$

Eventi complementari

Quando due eventi non si possono verificare contemporaneamente, ma almeno uno dei due deve verificarsi, quindi la somma delle probabilità di due eventi complementari è sempre uguale a 1. Due eventi complementari sono sempre incompatibili.

Probabilità composta

Quando si considerano più elementi aleatori in un calcolo di probabilità, per esempio se si estrae una biglia per ciascun sacchetto, da due sacchetti. In questo caso il calcolo delle probabilità per due **eventi semplici indipendenti** si ottiene facendo il prodotto delle probabilità singole.

$$p(E) = p(E_1) \cdot p(E_2)$$

Eventi semplici dipendenti e indipendenti

Se il risultato di un evento dipende anche dal risultato dell'altro si dicono eventi semplici dipendenti, se non si influiscono a vicenda, indipendenti.

Il calcolo di probabilità per due **eventi semplici dipendenti** (per esempio due estrazioni di biglie dallo stesso sacchetto) si ottiene facendo il prodotto delle probabilità singole, calcolate supponendo che il primo evento si sia verificato.

Quindi se per esempio si estrae una biglia verde dal sacchetto, si calcola la probabilità successiva contando una biglia verde in meno tra le altre.