

Insiemistica

Definizioni

Insieme: collezione di oggetti, a sua volta è un oggetto. Gli insiemi sono rappresentati da lettere maiuscole, e i contenuti da lettere minuscole. (concetto primitivo)

Appartenenza: quando un elemento è contenuto in un insieme. Si indica che *a appartiene ad A* con $a \in A$ e che *non appartiene* con $a \notin A$.

Individuazione: per individuare un insieme si elencano gli elementi contenuti nel seguente formato: $A = \{a, b, c\}$ e per indicare una proprietà si scrive $A = \{n \mid \dots \vee \dots\}$ (tale che...)

Inclusione: un sottoinsieme si indica $A \subseteq B$, se A contiene tutti gli elementi di B, allora i due insiemi coincidono, quindi si dice che $A = B$ (**insiemi uguali**)

Insiemi disgiunti: quando due insiemi non hanno elementi in comune $A \cap B = \emptyset$

Insieme vuoto: un insieme che non contiene alcun elemento $A = \{ \}$, indicato con il simbolo $\emptyset$

Insieme complementare: La differenza tra un insieme e un suo sottoinsieme, indicato con $\bar{A}$

Applicazione o funzione: un legame tra due insiemi A e B di natura arbitraria che associa ad ogni elemento di A uno ed un solo elemento di B

Insiemi infiniti e finiti: Infiniti vuol dire che hanno (ma dai) un numero infinito di elementi. Un insieme finito può essere costituito anche da un solo elemento. Per la rappresentazione degli insiemi molto grandi o infiniti si usa spesso la rappresentazione caratteristica (o come mi piace chiamarla, la rappresentazione per caratteristica).

Insieme unitario: un insieme contenente un solo elemento.

Sottoinsiemi propri e impropri: un sottoinsieme è proprio se contiene alcuni ma non tutti gli elementi dell'insieme contenente, improprio se ha gli stessi elementi, quindi non è bene definito chi contiene chi. Proprio si indica con $\subset$, improprio si indica con $\subseteq$.

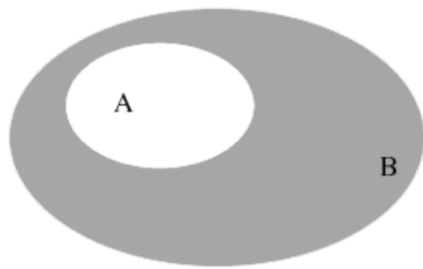
Rappresentazioni

Elenco

$$A = \{a, b, c\}$$

Diagramma di Eulero-Venn

Un diagramma che mostra tutte le possibili relazioni tra più insiemi. Ogni insieme è rappresentato da una linea chiusa e denominata con una lettera.



Per proprietà caratteristica

In pratica invece degli elementi definisce le regole di appartenenza

$$A = \{x \mid \dots\}$$

Relazioni

Si indicano come relazioni i simboli di appartenenza, inclusione e insieme vuoto. Le relazioni risultano vere o false.

Operazioni

Le operazioni risultano degli elementi di insiemi

Unione

Si sommano gli elementi dei due insiemi.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

Intersezione

Solo gli elementi in comune.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Differenza

Eliminare da A gli elementi di B

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

Complementazione

Tutti gli elementi dell'insieme Universo, che non appartengono ad A

$$\bar{A} = \{x \mid x \notin A \text{ in } U\}$$

Proprietà

Si applicano le leggi di De Morgan, le proprietà associativa e commutativa.

$$A \setminus B = A \setminus (B \cap A) = A \cap B^c$$
$$(A^c)^c = A$$

Leggi di De Morgan

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$
$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Dimostrazione

$$(A \cap B)^c = \{x | x \in A \wedge x \in B\}^c$$
$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$$
$$= \{x | x \notin A \vee x \notin B\} = A^c \cup B^c$$

Insieme delle parti

L'insieme delle parti di S, $\wp$ è l'insieme di tutti i suoi sottoinsiemi. Detto anche **insieme potenza**, indica tutti i possibili sottoinsiemi, inclusi insieme vuoto, insiemi con un solo elemento, con ogni possibile combinazione di elementi, sottoinsieme improprio di S. Il numero di sottoinsiemi si determina con 2^n , dove n equivale al numero di elementi. Non funziona come il prodotto cartesiano, dato che l'ordine degli elementi non conta.

Prodotto cartesiano

Dati gli insiemi A e B, il prodotto cartesiano tra essi è dato da tutte le possibili coppie ordinate con $a \in A$ e $b \in B$

$$A \times B = \{x, y | x \in A, y \in B\}$$
$$A \times B \neq B \times A$$

Sia $A = \{0, 1\}$ e $B = \{0, 2\}$.

Si ha $A \times B = \{(0, 0), (0, 2), (1, 0), (1, 2)\}$ e $B \times A = \{(0, 0), (0, 1), (2, 0), (2, 1)\}$

Praticamente si trovano tutte le possibili associazioni degli elementi tra un insieme e l'altro.

Il prodotto cartesiano di un insieme con sé stesso si indica con una potenza:

$$A \times A \times \dots = A^n$$