

Rumore termico

Mc128k

1 Rumore termico

Il rumore termico nei dispositivi elettronici è una proprietà intrinseca della materia ad una temperatura maggiore dello zero assoluto ($> 0K$). I materiali possono essere isolanti (elettroni "fortemente attratti" dal nucleo) o conduttori, e presentano movimenti casuali di elettroni in tutte le direzioni, che *in media* comunque risultano relativamente fermi.

Le fluttuazioni elettroniche appena descritte provocano il fenomeno del rumore termico, che equivale ad una serie di variazioni infinitesime della tensione a capo di un componente.

Per esempio per quello che riguarda una resistenza R la tensione V data dal rumore termico è modellabile come una **variabile aleatoria**, quindi la funzione della tensione nel tempo $v(t)$ risulta essere un **processo stocastico**.

La tensione media quindi è nulla:

$$\bar{v} = 0 \quad (1.1)$$

Dalla fisica è noto che il valore quadratico medio risulta:

$$\bar{v}^2 = \frac{2\pi^2 K^2 T^2}{3h} \quad (1.2)$$

Dove T rappresenta la temperatura in Kelvin, h la costante di Planck, K quella di Boltzman e π quella dell'universo.

Avendo un numero elevato di elettroni pseudo-indipendenti si può dedurre che il processo $v(t)$ è gaussiano (legge dei grandi numeri, infinite variabili aleatorie debolmente correlate), quindi basta conoscere σ_c e η_0 per caratterizzare un modello di Thevenin che possa rappresentare un resistore reale attraverso un generatore ed un resistore immaginario (fig.1).

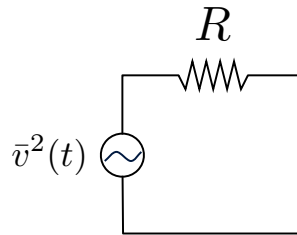


Figura 1: Equivalente Thevenin resistore reale

La **densità spettrale di potenza** del rumore termico è piatta su un intervallo frequenziale molto ampio (in teoria per essere rumore bianco perfetto dovrebbe esserla per ogni frequenza, ma non è realistico).

Si parla di densità spettrale **bilatera** quando si considera un intervallo che va da $-\infty$ a $+\infty$:

$$S_n(f) = \frac{kT}{2} = \frac{N_0}{2}, \quad -\infty < f < +\infty \quad (1.3)$$

In realtà si considera solo un intervallo che va da 0 (non hanno senso frequenze negative) a 1Thz, con una densità spettrale (monolatera) data da:

$$S_n(f) = kT_0, \quad 0 < f < +\infty \quad (1.4)$$

Se si volesse calcolare la **autocorrelazione** della densità spettrale, si avrebbe un delta di Dirac centrato nello zero con ampiezza $N_0/2$:

$$R_n(\tau) = E\{n(t)n(t-\tau)\} = \frac{N_0}{2}\delta(t) \quad (1.5)$$

Quando si riceve il segnale viene utilizzato un **filtro passa-basso**. La potenza del rumore ricevuto risulta quindi essere:

$$P_N = \frac{N_0}{2} \cdot 2B = kT_0 B = \int_{-\infty}^{+\infty} S_n(f) |H(f)|^2 df \quad (1.6)$$

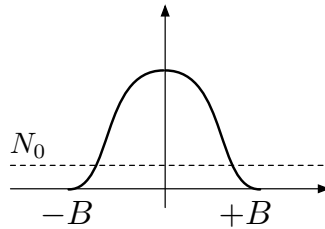


Figura 2: Filtro passa-basso

In realtà si utilizza un concetto simile, la **banda equivalente di rumore**:

$$B_{eq} \triangleq \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} N_0/2 |H(f)|^2 df}{N_0/2} \quad (1.7)$$

Che risulta essere la banda di un filtro **ideale** passa-basso che all'uscita darebbe luogo alla stessa potenza di rumore.

2 Temperatura equiv. e cifra di rumore

In un circuito elettrico (o in un sistema di telecomunicazione) vi sono altre sorgenti di rumore che hanno caratteristiche simili al rumore termico, con il parametro della temperatura equivalente si fa in modo di considerare questi fattori come se fossero un innalzamento della temperatura rispetto a quella reale dell'oggetto, in modo da causare gli stessi effetti sul rumore termico.

Per esempio, per la antenna di un satellite, oltre alla temperatura effettiva per irraggiamento, bisogna aggiungere la **irradiazione terrestre** per calcolare correttamente la quantità di rumore in ricezione. Quindi la antenna si dice che ha una temperatura equivalente $T_0 > T$, che considera le varie sorgenti di rumore in modo equivalente al rumore termico.

Per quello che riguarda la **cifra di rumore**, esso è un parametro che si utilizza per caratterizzare gli amplificatori; idealmente, con un rumore in ingresso S_{ni} si avrebbe una risposta in frequenza data da un guadagno $G(f)$:

$$S_{no}(f) = S_{ni}(f)G(f) \quad (2.1)$$

Quello che invece succede è che il rumore in uscita è maggiore di quello in entrata amplificato, viene quindi effettivamente **generato del rumore** da altre cause non contemplate dalla formula teorica, caratterizzato dalla cifra di rumore F .

$$F(f) = \frac{S_{no}(f)}{S_{ni}(f)G(f)} \geq 1 \quad (2.2)$$

Negli amplificatori (lineari) il guadagno dovrebbe essere statico, quindi $G(f) = G$; si suppone inoltre che il rumore sia lo stesso per ogni frequenza, ottenendo:

$$F_{db} = \frac{S_{no}}{S_{ni}G} \quad (2.3)$$

Si calcola quindi il rumore in uscita S_{no} dato dalla temperatura interna ed equivalente. Per prima cosa si utilizza la formula che indica la densità spettrale del rumore termico (che è per definizione uguale per ogni frequenza), inserendo la temperatura equivalente come parametro:

$$S_{no} = G(kT_0 + kT_e) = Gk(T_0 + T_e) \quad (2.4)$$

Inserendo la forma trovata nella cifra di rumore, si ottiene un rapporto fra le temperature e la cifra stessa:

$$F = \frac{Gk(T_0 + T_e)}{kT_0G} = \frac{T_0 + T_e}{T_0} \quad (2.5)$$

$$T_e = T_0(F - 1) \quad (2.6)$$

Una volta estratto T_e si può calcolare la temperatura equivalente data la cifra di rumore, dove la temperatura ambiente T_0 è assunta nei datasheet come $290K$.

Esempio 2.1.

Si ha un ricevitore wireless con $F = 8dB$, banda $B = 5kHz$ e il rapporto segnale/rumore deve essere $SNR \geq 12db$. Si chiede quale sia la **sensibilità** del ricevitore.

La sensibilità è il valore minimo di potenza del segnale che soddisfa la condizione di rapporto segnale/rumore.

$$\begin{aligned} N_{[W]} &= FkT_0B \\ N_{[dBm]} &= \underset{K}{F}_{[dB]} + 10 \log_{10} 1.38 \cdot 10^{-23} + 10 \log_{10} T_0 + 10 \log_{10} 5 \cdot 10^3 \\ &= 8 - 198.6 + 24.7 + 36.9 = -129dBm \end{aligned}$$

Il rumore in dBm si ottiene:

$$N[dBm] = 10 \log_{10} \frac{N[mW]}{1mW}$$

La potenza richiesta deve quindi soddisfare la disequazione:

$$S[dBm] - N[dBm] \geq SNR_{min}[dB]$$