

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A1 - (Soluzione)

Sia S lo spazio campione e siano A e B due eventi.

Si deve dimostrare che se A e B sono indipendenti, ossia se vale la seguente:

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

allora sono indipendenti anche A e B^c , ossia vale la seguente:

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c) \quad .$$

E' noto che: $AS = A$ e che: $B + B^c = S$. Quindi si può scrivere:

$$A = AS = A(B + B^c) = AB + AB^c$$

E quindi passando alle probabilità e osservando che AB e AB^c sono disgiunti:

$$P(A) = P(AB) + P(AB^c)$$

e per l'indipendenza di A e B :

$$P(A) = P(A)P(B) + P(AB^c)$$

da cui:

$$P(A)[1 - P(B)] = P(AB^c)$$

E osservando che $[1 - P(B)] = P(B^c)$, segue:

$$P(A)P(B^c) = P(AB^c)$$

che è ciò che si voleva dimostrare.