

Esame di: TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A10 13/09/2011

Si hanno a disposizione cinque monete truccate in modo tale che la probabilità che esca testa lanciando la i -esima moneta sia $i/5$.

Si sceglie a caso una moneta, la si lancia ed esce testa: qual è la probabilità che la moneta lanciata sia la numero 2?

Quesito A10 - (Soluzione)

Detto M_i l'evento {Scelta della moneta i -esima}

e T l'evento {Testa}, si cerca $P(M_2|T)$.

Applicando la formula di Bayes si può scrivere:

$$P(M_2|T) = \frac{P(T|M_2) \cdot P(M_2)}{P(T)}$$

Dove $P(T|M_2)$ è la probabilità di ottenere testa avendo scelto la moneta M_2 , quindi è:

$$P(T|M_2) = \frac{2}{5} \quad (\text{ovvia } \frac{i}{5} \text{ per } i=2)$$

Si può anche assumere equiprobabilità nella scelta delle monete, quindi: $P(M_2) = \frac{1}{5}$ ($= P(M_i)$ per $i=1, \dots, 5$).

Applicando il teorema delle probabilità totali si può scrivere (gli eventi M_i sono una partizione dello sp. campione):

$$P(T) = \sum_{i=1}^5 P(T|M_i) P(M_i) = \sum_{i=1}^5 \frac{i}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Quindi la probabilità cercata è:

$$P(M_2|T) = \frac{P(T|M_2) \cdot P(M_2)}{P(T)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{15}$$