

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A11 13/09/2011

Si piazzano a caso e in modo indipendente cinque punti nell'intervallo $[0, 10]$ dell'asse reale.
Si calcoli la probabilità che nell'intervallo $[0, 2]$ cadano:

- a) due soli punti;
- b) almeno due punti.

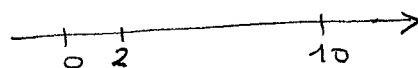
Quesito A11 - (Soluzione)

Dalla descrizione del problema si può assumere che lo spazio campionario dell'esperimento sia continuo e uniforme nell'intervallo $[0, 10]$.

La probabilità $\checkmark$ che piazzando un solo punto esso cada in $[0, 2]$ si può

scrivere:

$$p = \frac{2-0}{10-0} = \frac{1}{5}.$$



- a) Il problema è di prove ripetute in cui si cerca la probabilità di 2 successi (di probabilità p) su 5 prove. Quindi è (detta P_a la probabilità cercata):

$$P_a = \binom{5}{2} p^2 (1-p)^{5-2} = 10 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 10 \cdot \frac{1}{25} \cdot \frac{64}{125} \approx 0,20$$

- b) In questo caso, detta P_b la probabilità cercata, si ha:

$$\begin{aligned} P_b &= \sum_{i=2}^5 \binom{5}{i} p^i (1-p)^{5-i} = 1 - \underbrace{P\{0 \text{ punti in } [0, 2]\} - P\{1 \text{ punto in } [0, 2]\}} \\ &= 1 - (1-p)^5 - 5 \cdot p(1-p)^4 = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^5 - 5 \cdot \frac{1}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^4 \approx 0,26 \end{aligned}$$