

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A24 N

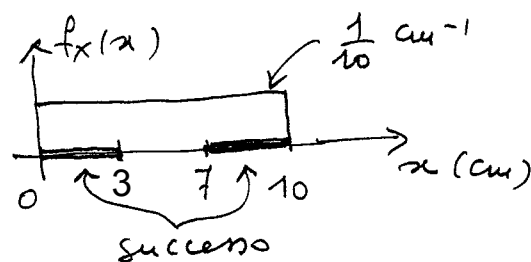
Si hanno 5 bastoncini lunghi 10 cm. Su ciascuno di essi si sceglie (in modo indipendente) un punto a caso e si spezza il bastoncino in quel punto.
Si calcoli la probabilità che due soli dei 10 pezzi risultanti abbiano lunghezza minore di 3 cm.

Quesito A24 - (soluzione)

Si tratta di un problema di prove ripetute dove il singolo esperimento consiste nella scelta a caso di un punto su un bastoncino e della sua rottura -

Il successo è costituito dall'evento $A = \{\text{una delle due parti ottenute ha lunghezza minore di 3 cm}\}$ -

Detta X la var. "ascissa del punto di rottura misurata a partire da un'estremità", si può assumere $f_X(x)$ uniforme fra 0 e 10 cm come in figura.



L'evento successo si può esprimere in questo modo:

$$A = \{(0 < X < 3) \cup (7 < X < 10)\}$$

$$\text{da cui: } p \triangleq P(A) = 2 \cdot \frac{3}{10} = 0,6 -$$

↙ N.B.

La probabilità che dei 10 pezzi ottenuti dalle 5 ripetizioni dell'esperimento due soli siano di lunghezza minore di 3 cm equivale alla probabilità P di avere 2 successi su 5 prove o sia:

$$P = \binom{5}{2} p^2 (1-p)^{5-2} = 10 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^3 \approx 0,23$$

{ Si osservi che ogni rottura di bastoncino dà al massimo un pezzo di lunghezza minore di 3 cm }.