

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A32

Le probabilità che un calciatore di serie A e un calciatore dilettante segnino un gol tirando un calcio di rigore siano rispettivamente $p_A = 0,8$ e $p_D = 0,5$.

Un calciatore scelto a caso da un gruppo formato da 2 calciatori di serie A e 8 dilettanti tira 8 calci di rigore e segna 6 gol.

Qual è la probabilità che il calciatore fosse di serie A e quale che fosse dilettante?

Quesito A32 (Soluzione)

Si definiscano i seguenti eventi:

$A = \{ \text{Il tiratore è di serie A} \}$

$D = \{ \text{" " " dilettante} \}$

$M = \{ 6 \text{ gol su } 8 \text{ tirati} \}$.

Si cerca $P(A|M)$ e $P(D|M) (= 1 - P(A|M))$

Dal teorema di Bayes:

$$P(A|M) = \frac{P(M|A) \cdot P(A)}{P(M)}$$

dove $P(M)$ si ricava dal teorema delle prob. totali:

$$P(M) = P(M|A) \cdot P(A) + P(M|D) \cdot P(D)$$

dove ancora: $P(A) = 2/10$ e $P(D) = 8/10$ si ricavano dal testo e le prob. condizionate sono (prove ripetute):

$$P(M|A) = \binom{8}{6} p_A^6 (1-p_A)^{8-6} = 28 \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^2 = 0,294$$

$$P(M|D) = \binom{8}{6} p_D^6 (1-p_D)^{8-6} = 28 \cdot 0,5^6 \cdot 0,5^2 = 0,109$$

Quindi:

$$P(M) = 0,294 \cdot 0,2 + 0,109 \cdot 0,8 = 0,146$$

e infine:

$$\boxed{P(A|M) = \frac{0,294 \cdot 0,2}{0,146} \approx 0,4} \quad \text{e} \quad \boxed{P(D|M) \approx 1 - 0,4 = 0,6}$$

Prob. Serie A Prob. Dilettante

[Vedi anche Bonini, Fenari Prob. 3.33, punto 2]