

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A36

13/2/12

Un'agenzia di viaggi porta comitive di turisti in visita prima a Roma e poi a Firenze.

Una comitiva si dichiara sufficientemente soddisfatta se trova bel tempo in almeno una delle due città. Sapendo che la probabilità che a Firenze si trovi bel tempo se a Roma si è trovato brutto tempo è 0,4 e che il 90% delle comitive si dichiarano sufficientemente soddisfatte, qual è la probabilità che una comitiva trovi bel tempo a Roma?

Si usino le seguenti definizioni di eventi: $R = \{\text{Bel tempo a Roma}\}$; $F = \{\text{Bel tempo a Firenze}\}$; $S = \{\text{Comitiva sufficientemente soddisfatta}\}$.

Quesito A36 (Soluzione)

Si osserva immediatamente che è:

$S = R \cup F$ equivalente a: $\bar{S} = \bar{R} \cap \bar{F} = \bar{R} \bar{F}$, ossia:
la comitiva è insoddisfatta se trova tempo brutto a Roma ($\bar{R}$) e ($\cap$) a Firenze ($\bar{F}$). [Si ricordino anche le formule di De Morgan] -

Dal testo si hanno subito le seguenti probabilità:

$$P(F|\bar{R}) = 0,4 \quad \text{da cui} \quad P(\bar{F}|\bar{R}) = 1 - P(F|\bar{R}) = 0,6$$

$$P(S) = 0,9 \quad \text{da cui} \quad P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 0,1$$

Ricordando la definizione di probabilità condizionata si ha:

$$P(\bar{S}) = P(\bar{R}\bar{F}) = P(\bar{F}|\bar{R}) \cdot P(\bar{R}) = P(\bar{F}|\bar{R}) \cdot (1 - P(R))$$

Da cui si ricava $P(R)$:

$$\boxed{P(R) = 1 - \frac{P(\bar{S})}{P(\bar{F}|\bar{R})} = 1 - \frac{0,1}{0,6} = \frac{5}{6} = 0,8\bar{3}}$$

Altro modo

Gli eventi R e F non sono mutuamente esclusivi: infatti bel tempo a Roma (R) non esclude bel tempo a Firenze (F), quindi si può scrivere:

$$P(S) = P(R \cup F) = P(R) + P(F) - P(RF) \quad (1)$$

Da questa occorre esprimere $P(F)$ e $P(RF)$ in funzione di $P(R)$ e ricavare quest'ultima - Quindi:

$$P(F) = P(F|R) \cdot P(R) + P(F|\bar{R}) \cdot P(\bar{R}) \leftarrow \text{Prob. totali}$$

$$P(RF) = P(F|R) \cdot P(R) \leftarrow \text{Def'n. di prob. condizionata}$$

Sostituendo in (1):

$$P(S) = P(R) + \underbrace{P(F|R) \cdot P(R) + P(F|\bar{R}) \cdot P(\bar{R})}_{\substack{\downarrow P(F) \\ \text{}}} - \underbrace{P(F|R) \cdot P(R)}_{\substack{\downarrow P(RF) \\ \text{}}} =$$

$$= P(R) + P(F|\bar{R}) [1 - P(R)] = P(R) [1 - P(F|\bar{R})] + P(F|\bar{R})$$

Da cui:

$$\boxed{P(R) = \frac{P(S) - P(F|\bar{R})}{1 - P(F|\bar{R})} = \frac{0,9 - 0,4}{1 - 0,4} = \frac{5}{6} = 0,8\bar{3}}$$