

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A44 2/7/12

Si enunci e si dimostri la "regola della catena" (in generale) e la si utilizzi per risolvere il seguente problema.

Si hanno tre porte chiuse marcate A, B, C e una scatola con 5 chiavi apparentemente identiche, di cui due aprono la porta A, una apre la porta B e due aprono la porta C. Si vogliono aprire le porte A, B e C nell'ordine, scegliendo le chiavi a caso senza rimetterle nella scatola.

Si calcoli la probabilità di aprire le tre porte con un solo tentativo ciascuna (ossia con tre tentativi in totale).

Quesito A44 (Soluzione)

Per l'enunciato e la dimostrazione si veda il testo
Bonini, Ferraro p. 41.

Si definisca l'evento:

$E_x \triangleq \{ \text{la porta } x \text{ si apre al primo tentativo} \}$

con $x \in \{A, B, C\}$.

Si cerca la probabilità dell'evento intersezione:

$$P(E_A E_B E_C) = P(E_A) \cdot P(E_B | E_A) \cdot P(E_C | E_A E_B)$$

Perché le chiavi non vengono rimesse nella scatola le probabilità necessarie sono di volta in volta uguali al numero di chiavi che aprono la porta tentata diviso per il numero totale di chiavi presenti nella scatola all'esecuzione del tentativo quindi:

$$P(E_A) = \frac{2}{5} \quad ; \quad P(E_B | E_A) = \frac{1}{4} \quad ; \quad P(E_C | E_A E_B) = \frac{2}{3}$$

Quindi infine:

$$\boxed{P(E_A E_B E_C) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{15} = 0,0\overline{6}}$$