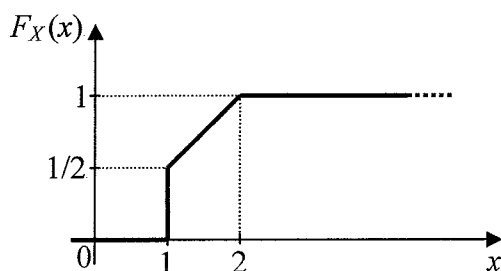


Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A46

2/7/12

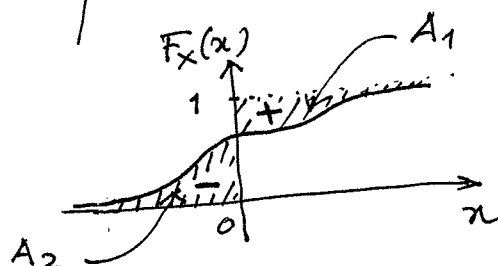
Si calcoli il valor medio di una v.a. X la cui funzione di distribuzione $F_X(x)$ è illustrata in figura.



Quesito A46 (soluzione)

È noto che il valor medio di una v.a. si può ricavare dalla funzione di distribuzione in questo modo:

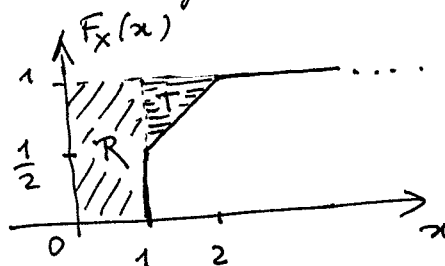
$$E\{X\} = \underbrace{\int_0^{+\infty} [1 - F_X(x)] dx}_{A_1} - \underbrace{\int_{-\infty}^0 F_X(x) dx}_{A_2}$$



calcolando quindi la differenza delle aree in figura - Nel caso proposto si ha $A_2 = 0$ e A_1 si ricava immediatamente sommando le aree del rettangolo R e del triangolo T in figura:

$$A_R = 1 \cdot 1 = 1$$

$$A_T = \frac{1 \cdot 1/2}{2} = \frac{1}{4}$$



Quindi:

$$\boxed{E\{X\} = A_1 - 0 = A_R + A_T = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}}$$

Altro modo più laborioso.

Si poteva anche trovare la densità di probabilità $f_X(x)$ e applicare la definizione di v.m. -

(segue)

Si ha:

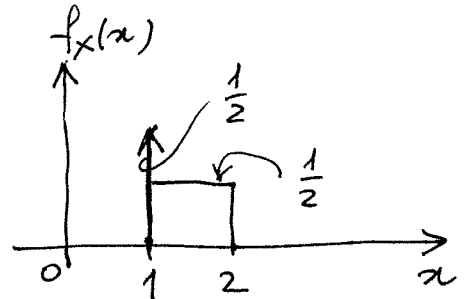
$$f_x(x) = \frac{d}{dx} F_x(x)$$

dove, come si ricava dalla figura:

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 1 \\ \frac{1}{2}x & \text{per } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{per } x \geq 2 \end{cases}$$

e quindi:

$$f_x(x) = \frac{1}{2} \cdot \Pi\left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} \delta(x-1)$$



da cui:

$$\boxed{E\{x\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_x(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 x \cdot dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \delta(x-1) dx =}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4} (4-1) + \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \boxed{}$$