

Quesito A48

11/9/12

Una scatola contiene due dadi, di cui uno regolare ed uno truccato in modo che la probabilità di ottenere la faccia f_1 sia $P(f_1) = 3/8$ e la probabilità di ottenere una delle altre facce sia $P(f_i) = 1/8$ per $i = 2, 3, 4, 5, 6$.

Si estrae un dado a caso e lo si lancia una volta: se esce la faccia f_1 si dichiara che il dado è truccato, se esce una qualunque delle altre facce si dichiara che il dado non è truccato.

Si trovi la probabilità che la dichiarazione sia errata.

Quesito A48 (soluzione)

Si definiscano i seguenti eventi:

$E = \{ \text{la dichiarazione è errata} \}$

$T = \{ \text{Il dado scelto è truccato} \}$

Si cerca la probabilità $P(E)$ - Si può assumere $P(T) = P(\bar{T}) = \frac{1}{2}$.

Si può applicare il teorema della probabilità totale osservando che gli eventi T e $\bar{T}$ formano una partizione dello spazio campionario - Quindi:

$$P(E) = P(E|T)P(T) + P(E|\bar{T})P(\bar{T})$$

Dalle modalità di dichiarazione si ricava subito:

$$\begin{aligned} P(E|T) &= P(\text{si dichiara dado regolare} \mid \text{Il dado è truccato}) = \\ &= P(\text{Esce } f \neq 1 \mid T) = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(E|\bar{T}) &= P(\text{si dichiara dado truccato} \mid \text{Il dado è regolare}) = \\ &= P(\text{Esce } f = 1 \mid \bar{T}) = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Quindi infine:

$$\boxed{P(E) = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{19}{48} \approx 0,396}$$

[Si veda anche il Prob. 3.5 a p.53 del testo Bonomi, Ferrari]