

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

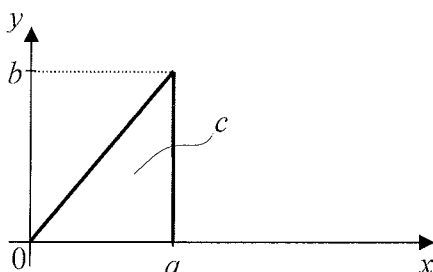
Quesito A51

La densità di probabilità congiunta $f_{XY}(x, y)$ di due v.a. X e Y ha valore costante c nel dominio indicato in figura ed è nulla altrove.

Si trovi il valore di c .

Si trovi la densità di probabilità $f_X(x)$ della v.a. X e se ne tracci un grafico.

Si trovi il valor medio della variabile X .



Quesito A51 (soluzione)

Defo D il dominio indicato, la normalizzazione richiede che:

$$\iint_D f_{XY}(x, y) dx dy = 1$$

Essendo: $f_{XY}(x, y) = c$ per $(x, y) \in D$, ricorrendo alla geometria elementare si trova immediatamente che l'integrale doppio vale (volume del prisma di base D):

$$\frac{ab}{2} \cdot c = 1 \quad \text{da cui} \quad \boxed{-c = \frac{2}{ab}}$$

La densità di probabilità della v.a. X si può trovare come densità marginale, ossia:

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) dy = \int_0^{\frac{b}{a}x} c dy$$

$$= c \left[y \right]_0^{\frac{b}{a}x} = c \cdot \frac{b}{a}x = \frac{2}{ab} \cdot \frac{b}{a}x = \begin{cases} \frac{2}{a^2}x & \text{per } 0 < x < a \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

