

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A55

23/11/12 (TSA)

Due persone decidono di incontrarsi in un certo luogo. Se ciascuno di essi arriva indipendentemente dall'altro ad un istante uniformemente distribuito fra le 12:00 e le 13:00, si trovi la probabilità che il primo che arriva debba attendere più di 10 minuti.

[Si indichino con le v.a. X e Y i rispettivi istanti di arrivo, espressi in minuti dopo le 12:00]

Quesito A55 (soluzione)

Lo spazio ambiente è l'insieme dei punti del piano appartenenti al quadrato di lato 60 min, mostrato in figura -

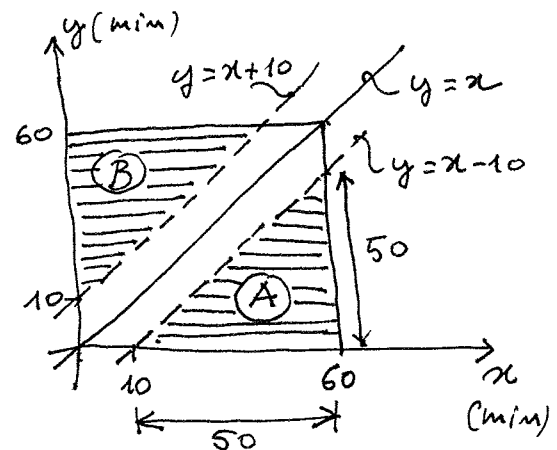
Si cerca la probabilità dell'evento:

$$\mathcal{E} = \{ |X - Y| > 10 \} =$$

$$= \underbrace{\{ X - Y > 10, X > Y \}}_A \cup \underbrace{\{ Y - X > 10, X < Y \}}_B = A \cup B$$

La densità di probabilità congiunta delle due v.a. (indipendenti) è il prodotto delle due densità uniformi: vale quindi $1/3600 \text{ min}^{-2}$ sul quadrato e zero altrove.

Gli eventi A e B sono individuati dalle regioni tratteggiate in figura e sono mutuamente esclusivi -
La probabilità cercata si può quindi trovare ricorrendo alla geometria elementare:



$$P\{ |X - Y| > 10 \} = P(A) + P(B) =$$

$$= \frac{\text{Area A} + \text{Area B}}{\text{Area quadrato}} = \frac{\frac{50 \cdot 50}{2} + \frac{50 \cdot 50}{2}}{60 \cdot 60} = \frac{25}{36} = 0,694$$