

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A8

Si lanciano contemporaneamente e indipendentemente un dado e quattro monete.

Si calcoli la probabilità che il numero di "teste" ottenute con le monete sia uguale al punteggio ottenuto col dado.

Quesito A8 (soluzione)

Sia D il punteggio ottenuto col dado e sia T il n° di teste ottenuto con le quattro monete - si chiede di calcolare la probabilità:

$$P(D=T) = P(D=1, T=1) + P(D=2, T=2) + P(D=3, T=3) + P(D=4, T=4)$$

Le probabilità si sommano perché gli eventi sono disgiunti - l'indipendenza fra i lanci permette di scrivere: $\leftarrow \frac{1}{6} \dots \leftarrow \frac{1}{6}$

$$P(D=T) = P(D=1) \cdot P(T=1) + \dots + P(D=4) P(T=4) =$$

dove $P(T=k)$ è la probabilità di avere k teste (successi) su $n=4$ monete (prove), dove inoltre la probabilità di successo (testa in un lancio di una moneta) è $p = \frac{1}{2}$ -

Quindi si ha:

$$P(D=T) = \frac{1}{6} \left[\underbrace{\binom{4}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1}_{\left(\frac{1}{2}\right)^4} (1-p)^{4-1} + \underbrace{\binom{4}{2} p^2}_{\left(\frac{1}{2}\right)^4} (1-p)^{4-2} \dots \underbrace{\binom{4}{4} p^4}_{\left(\frac{1}{2}\right)^4} (1-p)^{4-4} \right] =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left[\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \right] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{16} [4 + 6 + 4 + 1] = \frac{1}{6} \cdot \frac{15}{16} \approx 0,16$$