

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A83

Un gruppo è formato da dieci persone: quattro di Modena e sei di Parma. Una persona del gruppo scrive il nome della propria città. Si sceglie a caso una lettera della parola così scritta che risulta essere una vocale. Qual è la probabilità che la persona che ha scritto sia di Parma?

Quesito A83 (Soluzione)

Si definiscano i seguenti eventi:

$$M_0 = \{\text{Chi ha scritto è di Modena}\} \rightarrow P(M_0) = \frac{4}{10}$$

$$P_R = \{\text{" " " " " Parma}\} \rightarrow P(P_R) = \frac{6}{10}$$

$$V = \{\text{È stata scelta una vocale}\}$$

Si cerca la probabilità: $P(P_R | V)$.

Dal teorema di Bayes e da quello delle probs. totali si ha:

$$P(P_R | V) = \frac{P(V | P_R) \cdot P(P_R)}{P(V)}$$

Si può assumere uniformità nella scelta delle lettere quindi si ha:

$$P(V | P_R) = \frac{2}{5} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{n. vocali in "Parma"} \\ \text{n. lettere in "Parma"} \end{array} \quad \text{e} \quad P(V | M_0) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Inoltre è:

$$\begin{aligned} P(V) &= P(V | P_R) \cdot P(P_R) + P(V | M_0) \cdot P(M_0) = \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} = \frac{44}{100} \end{aligned}$$

Quindi la probabilità che chi ha scritto sia di Parma è:

$$\boxed{P(P_R | V) = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{44}{100}} = \frac{6}{11} \approx 0,545}$$