

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A87

Un autonoleggio dispone di tre auto apparentemente identiche ma con consumi leggermente diversi, come segue: auto A: 9,5 km/litro; auto B: 10 km/litro; auto C: 10,5 km/litro.

Un cliente che deve percorrere 310 km sceglie un'auto a caso e la rifornisce con 30 litri di benzina (da zero). Dopo 290 km l'auto marcia ancora: qual è la probabilità che il cliente raggiunga la meta senza rimanere a secco?

(Si indichi con X la v.a. "chilometri percorsi quando l'auto rimane a secco").

Quesito A 87 (Soluzione)

Detta X la v.a. "Chilometri percorsi quando l'auto rimane a secco" si osservi che l'evento:

$\{ \text{Il cliente raggiunge la meta senza rimanere a secco} \}$ è equivalente a: $\{X > 310\}$ -

La prob. cercata è quindi:

$$P\{X > 310 | X > 290\} = \frac{P\{X > 310, X > 290\}}{P\{X > 290\}} = \frac{P\{X > 310\}}{P\{X > 290\}}$$

Detti $\{A\}, \{B\}, \{C\}$ gli eventi (mutuamente esclusivi) corrispondenti alle tre possibili scelte (equiprobabili) si può scrivere (prob. totali):

$$P\{X > 310\} = P\{X > 310 | A\} \cdot P\{A\} + P\{X > 310 | B\} \cdot P\{B\} + P\{X > 310 | C\} \cdot P\{C\}.$$

Detti C_A, C_B, C_C i tre consumi in km/l si ha:

$$P\{X > 310 | A\} = P\{30 \cdot \overset{C_A}{9,5} > 310\} = P\{285 > 310\} = 0$$

$$P\{X > 310 | B\} = P\{30 \cdot \overset{C_B}{10} > 310\} = P\{300 > 310\} = 0$$

$$P\{X > 310 | C\} = P\{30 \cdot \underset{C_C}{10,5} > 310\} = P\{315 > 310\} = 1$$

$$\text{Per cui è: } P\{X > 310\} = 0 \cdot P\{A\} + 0 \cdot P\{B\} + 1 \cdot P\{C\} = P\{C\} = \frac{1}{3}$$

Operando analogamente si trova:

$$P\{X > 290\} = P\{B\} + P\{C\} = \frac{2}{3} \quad \text{Quindi la prob. cercata è:}$$

$$\boxed{P\{X > 310 | X > 290\} = \frac{P\{X > 310\}}{P\{X > 290\}} = \frac{1/3}{2/3} = \frac{1}{2}}$$