

Esame di
TEORIA DEI SEGNALE

Quesito A98

Certi pezzi meccanici subiscono due lavorazioni indipendenti da parte di due macchine distinte A e B . La macchina A introduce difetti nel 5% dei pezzi lavorati.

- a) Sapendo che risulta difettoso il 7% dei pezzi finali (ossia che hanno subito entrambe le lavorazioni) si calcoli il valore della probabilità $P(D_B)$ che la macchina B introduca difetti.
b) Se un pezzo finale scelto a caso risulta difettoso, si calcoli la probabilità che esso abbia subito difetti da entrambe le macchine.

Per lo svolgimento si usino i seguenti eventi:

$D_A = \{ \text{La macchina } A \text{ ha introdotto un difetto} \}$

$D_B = \{ \text{La macchina } B \text{ ha introdotto un difetto} \}$

$D = \{ \text{Il pezzo finale è difettoso} \}$

{Suggerimento: per prima cosa si esprima D utilizzando D_A e D_B }

Quesito A98 (Soluzione)

L'evento $D = \{ \text{Il pezzo finale è difettoso} \}$ si può scrivere così:

$$D = D_A \cup D_B.$$

- a) Osservando che D_A e D_B non sono mutuamente esclusivi si ha:

$$P(D) = P(D_A) + P(D_B) - P(D_A D_B).$$

Si può assumere indipendenza fra D_A e D_B essendo i difetti causati da macchine distinte - Pertanto!

$$P(D) = P(D_A) + P(D_B) - P(D_A) \cdot P(D_B) = P(D_A) + P(D_B) [1 - P(D_A)]$$

da cui la probabilità cercata, $P(D_B)$, risulta essere:

$$P(D_B) = \frac{P(D) - P(D_A)}{1 - P(D_A)} = \frac{0,07 - 0,05}{1 - 0,05} = 0,02105 \approx 2,1\%$$

b) Si cerca:
$$P(D_A D_B | D) = \frac{P(D_A D_B D)}{P(D)} = \frac{P(D_A D_B)}{P(D)} =$$

$$= \frac{P(D_A) \cdot P(D_B)}{P(D)} = \frac{0,05 \cdot 0,02105}{0,07} \approx 0,015 = 1,5\%$$

Si osservi che la probabilità trovata (condizionata a sapere che il pezzo è difettoso) è molto maggiore della prob. di trovare un pezzo semplicemente difettoso in assoluto, che è: $P(D_A D_B) = P(D_A) \cdot P(D_B) \approx 0,001 = 0,1\%$

