

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B10

Un processo stocastico (parametrico) ha la seguente espressione:

$$X(t) = t - T$$

dove T è una variabile aleatoria gaussiana con valor medio $\eta_T = 2$ e varianza $\sigma_T^2 = 5$.

- Si trovi il valor medio $\eta_X(t)$ del processo e se ne tracci un grafico.
- Si traccino alcune generiche realizzazioni del processo (funzioni campione).
- Si trovi la funzione di autocorrelazione del processo.
- Si trovi la varianza $\sigma_X^2(t)$ del processo.
- Si dica se il processo goda di qualche tipo di stazionarietà.

Quesito B10 (soluzione)

- Il valor medio del processo è:

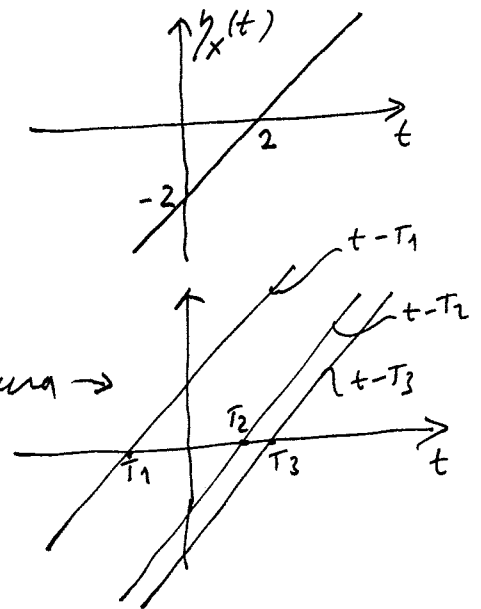
$$\boxed{\eta_X(t) = E\{X(t)\} = E\{t - T\} = t - E\{T\} = t - \eta_T = t - 2}$$

Grafico

- Dette T_1, T_2, T_3 tre realizzazioni (valori numerici) della v.a. T le corrispondenti realizzazioni di $X(t)$ sono:

$$X_1(t) = t - T_1, \quad X_2(t) = t - T_2, \quad X_3(t) = t - T_3$$

che sono rette parallele come in figura →



- La funzione di autocorrelazione del processo si trova così:

$$\begin{aligned} \boxed{R_X(t_1, t_2) = E\{X(t_1) \cdot X(t_2)\} = E\{(t_1 - T)(t_2 - T)\}} &= \\ = E\{t_1 t_2 - T \cdot (t_1 + t_2) + T^2\} &= t_1 t_2 - \eta_T (t_1 + t_2) + E\{T^2\} = \\ = t_1 t_2 - 2(t_1 + t_2) + 9 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\uparrow = \sigma_T^2 + \eta_T^2 = 5 + 4 = \\ &\quad \quad \quad = 9 \\ &\text{Valore quadratico medio} \\ &\text{di } T \end{aligned}$$



La varianza del processo si può esprimere:

$$\boxed{\text{Var}(X(t)) = E\{X^2(t)\} - \mu_x^2(t) =}$$

↑ Valore quadratico medio del processo

$$= E\{(t-T)^2\} - (t-2)^2 = E\{t^2 - 2 \cdot tT + T^2\} - (t-2)^2 =$$

$$= t^2 - 2t \cdot \overset{\leftarrow \mu_T=2}{E\{T\}} + \overset{\leftarrow =9}{E\{T^2\}} - (t-2)^2 =$$

$$= \cancel{t^2} - \cancel{4t} + 9 - \cancel{t^2} + \cancel{4t} - 4 = 5 \quad \leftarrow \text{Var}(X(t)) = \sigma_x^2(t) \text{ risulta costante -}$$

- Poiché $\mu_x(t)$ non è costante e $R_x(t_1, t_2)$ dipende esplicitamente dai due istanti t_1 e t_2 il processo non gode di alcuna stazionarietà