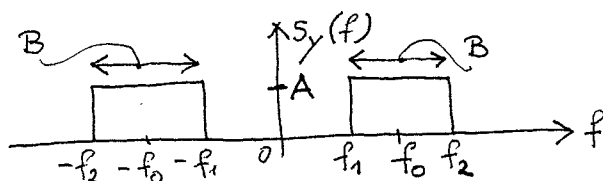
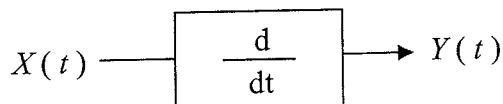


Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B34

Un processo gaussiano $X(t)$ con valore medio nullo si trova all'ingresso di un derivatore, come in figura.

All'uscita del derivatore si trova un processo $Y(t)$ con densità spettrale di potenza $S_Y(f)$ come in figura.



- Si trovi la densità spettrale di potenza $S_X(f)$ del processo di ingresso e se ne tracci un grafico.
- Si scriva l'espressione analitica della densità di probabilità del primo ordine del processo di uscita.

Quesito B34 (Soluzione)

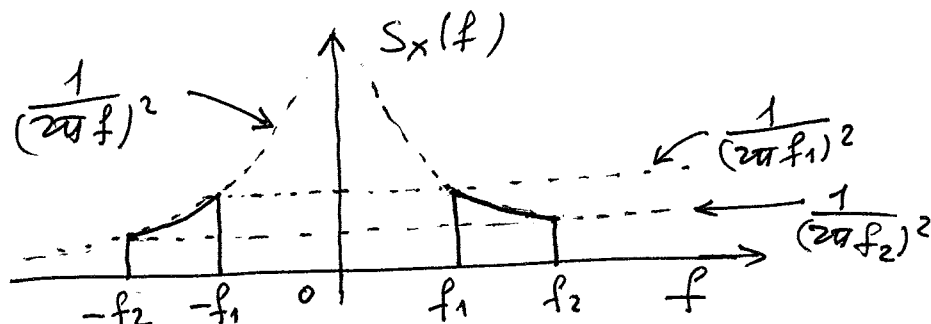
Il derivatore è un sistema L.T.I. (con risposta in frequenza $H(f) = j2\pi f$), quindi anche il processo di uscita è gaussiano ed è stazionario almeno in senso lato, inoltre la relazione fra le densità spettrali di potenza di ingresso e di uscita è:

$$S_Y(f) = S_X(f) \cdot |H(f)|^2 = S_X(f) \cdot (2\pi f)^2$$

da cui:

$$S_X(f) = \begin{cases} \frac{S_Y(f)}{(2\pi f)^2} = \frac{A}{(2\pi f)^2} & \text{dove } S_Y(f) \neq 0 \\ 0 & \text{dove } S_Y(f) = 0 \end{cases}$$

Il grafico di $S_X(f)$ è quindi:



Come si è detto $y(t)$ è gaussiano e stazionario in senso lato (e quindi in senso stretto) quindi la densità di probabilità del 1° ordine di $y(t)$ è gaussiana e indipendente dal tempo - Per scriverla occorrono il valor medio $\bar{y}$ e la varianza σ_y^2 -

Da quanto precede si ha quindi anche:

$$\bar{y} = \bar{y}_x \cdot H(0) = 0$$

$$e \quad \sigma_y^2 = E\{y^2\} - \bar{y}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_y(f) df = 2AB$$

$\nwarrow = 0$

Area dei
due
rettangoli

ed infine:

$$\left[f_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(2AB)}} e^{-\frac{y^2}{4AB}} \right]$$

$\nwarrow \sigma_y^2$ $\nwarrow 2\sigma_y^2$