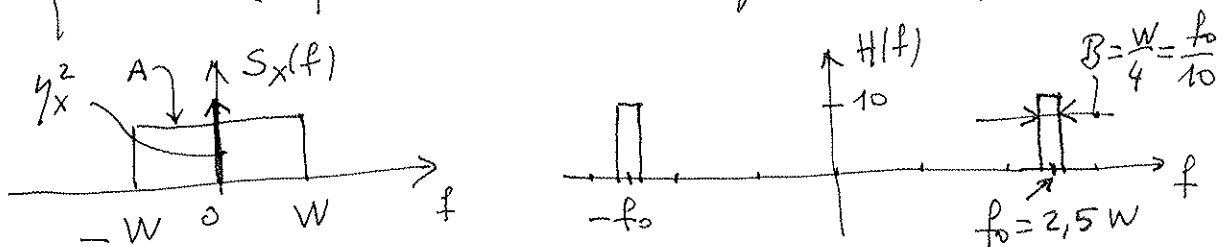


Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B4 - (soluzione)

- 1) Con i valori dati lo spettro $S_X(f)$ e la risposta in frequenza del filtro hanno i seguenti diagrammi:



- 2) Per le proprietà dei processi gaussiani e dei filtri risulta che:
 $Y(t)$ è gaussiano perché $X(t)$ è gaussiano ed è
 SSL perché $X(t)$ è SSL, anzi addirittura SSS.
 Entrambi i processi sono anche stazionari in quanto gaussiani
 e stazionari in senso lato -

- 3) Per la stazionarietà la $f_Y(y, t)$ non dipende da t ed è:
 gaussiana quindi:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Y^2}} e^{-\frac{(y-\gamma_Y)^2}{2\sigma_Y^2}} = \mathcal{N}(\gamma_Y; \sigma_Y^2)$$

dove il valore medio γ_Y e la varianza σ_Y^2 sono da trovare -
 Sono comunque costanti perché il processo è stazionario -
 È noto dalla teoria che:

$$\gamma_Y = \gamma_X \cdot H(0) = 0 \quad (\text{perché } H(0) = 0)$$

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_Y(f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f) \cdot |H(f)|^2 df = 0 \quad (\text{perché il}$$

prodotto $S_X(f) \cdot |H(f)|^2$ è identicamente nullo (vedi grafici).

Perché la varianza è nulla il processo assume solo il suo
 valore medio con probabilità 1 quindi la densità di prob. è
 una delta:

$$\boxed{f_Y(y) = \delta(y)} \quad \left(\begin{array}{l} \text{gaussiana degenera:} \\ \lim_{\sigma_Y^2 \rightarrow 0} \mathcal{N}(0, \sigma_Y^2) = \delta(y) \end{array} \right).$$