

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B11

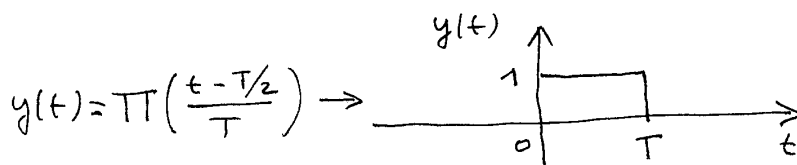
Si calcoli la convoluzione fra i segnali:

$$x(t) = t \cdot u(t) \quad \text{e} \quad y(t) = \Pi[(t - T/2)/T] = \text{rect}[(t - T/2)/T], \quad \text{con } T > 0, \text{ costante}$$

aiutandosi eventualmente con grafici.

Quesito B11 (soluzione)

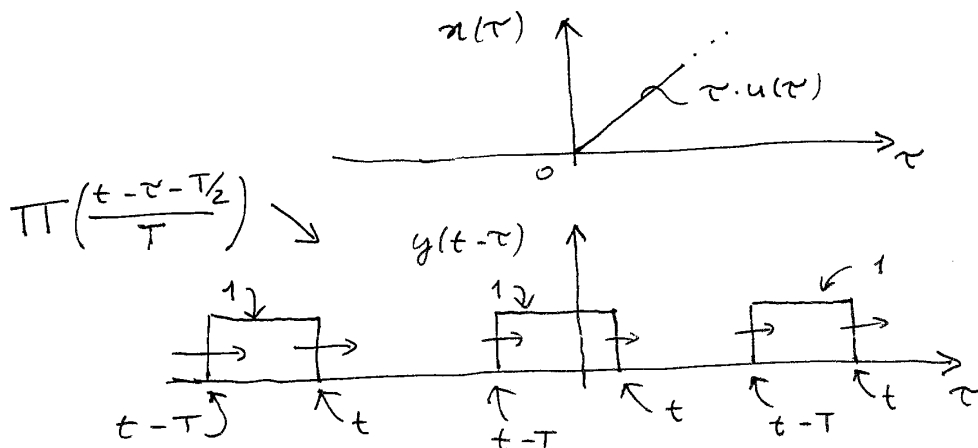
I grafici dei due segnali sono i seguenti:



La convoluzione è:

$$w(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot y(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau \cdot u(\tau) \cdot \Pi\left(\frac{t - \tau - T/2}{T}\right) d\tau$$

Grafici che aiutano il calcolo dell'integrale:



Con l'aiuto dei grafici si vede subito che:

per $t < 0$:

$$\boxed{w(t) = 0}$$

per $0 < t < T$ (omina anche: $t - T < 0 < t$):

$$\boxed{w(t) = \int_0^t \tau \cdot d\tau = \frac{1}{2} \tau^2 \Big|_0^t = \frac{1}{2} t^2}$$

per $t > T$ (omina anche: $t - T > 0$):

$$\boxed{w(t) = \int_{t-T}^t \tau d\tau = \frac{1}{2} \tau^2 \Big|_{t-T}^t = \frac{1}{2} [t^2 - (t-T)^2] = \frac{1}{2} [t^2 - t^2 + 2t \cdot T - T^2] = T \cdot \left(t - \frac{T}{2}\right)}$$

Da cui il grafico:

