

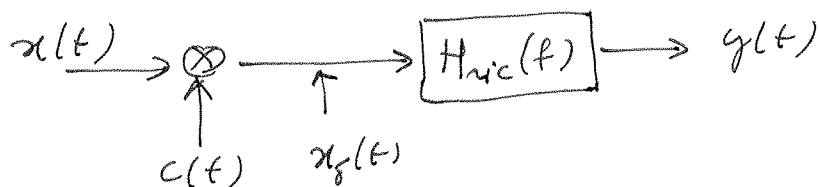
Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B15 (Indicato anche come **Quesito BI**) 18/2/2011

Sia dato un sistema di campionamento ideale, con relativo filtro di ricostruzione, che lavora alla frequenza di 40 KHz. Valutare l'espressione del segnale in uscita dal sistema, quando in ingresso si presenta il segnale $x(t) = \text{sinc}^2(Bt) \cos(\pi Bt)$, con $B = 20$ KHz.

Quesito B15 (o Quesito BI) - (Soluzione)

Lo schema del sistema è il seguente:



dove $c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_c)$ con $\frac{1}{T_c} = f_c = 40$ kHz

e $H_{rec}(f)$ è il filtro di ricostruzione: $H_{rec}(f) = \frac{1}{f_c} \Pi\left(\frac{f}{f_c}\right)$

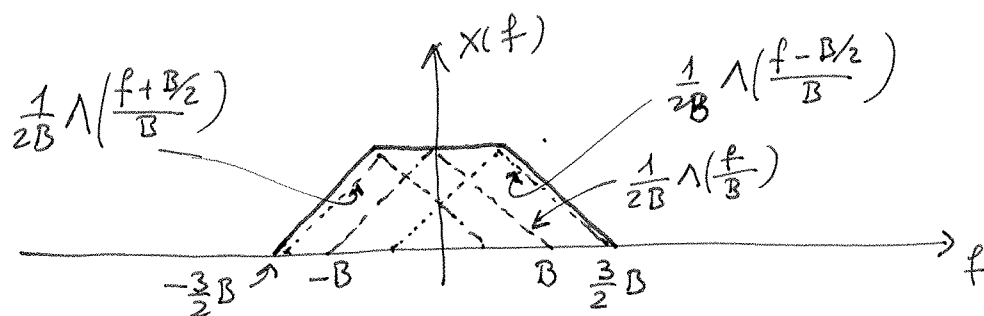
Lo spettro del segnale campionato $x_g(t)$ è $X_g(f) = f_c \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kf_c)$

dove $X(f) = \mathcal{F}\{\text{sinc}^2(Bt) \cdot \cos(\pi Bt)\}$ -

Ricordando che (o calcolando): $\mathcal{F}\{\text{sinc}^2(Bt)\} = \frac{1}{B} \Lambda\left(\frac{f}{B}\right)$

e applicando il teorema della modulazione si ha:

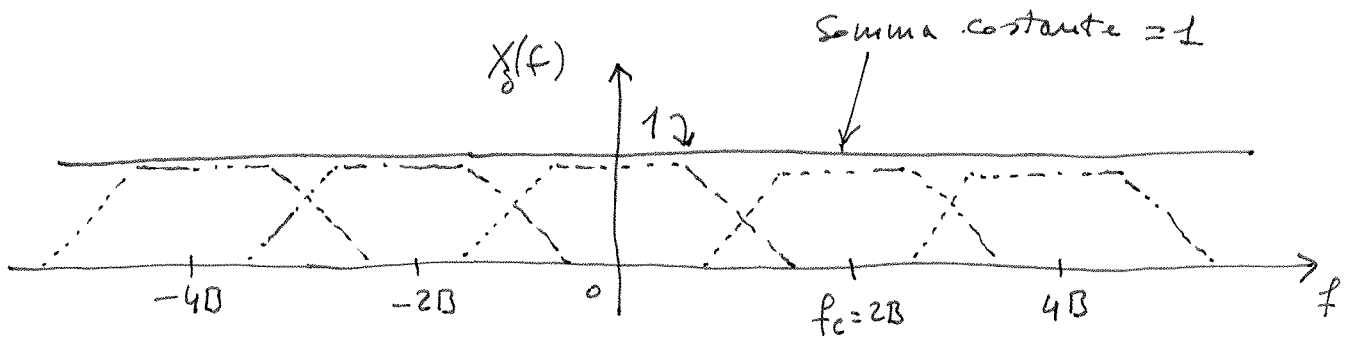
$$X(f) = \mathcal{F}\{\text{sinc}^2(Bt) \cdot \cos(\pi \frac{B}{2} t)\} \stackrel{f_0}{=} \frac{1}{2B} \left[\Lambda\left(\frac{f - B/2}{B}\right) + \Lambda\left(\frac{f + B/2}{B}\right) \right]$$



La banda (unilatera) è $B_x = \frac{3}{2}B = \frac{3}{2} \cdot 20 = 30$ kHz $> \frac{f_c}{2} = 20$ kHz!

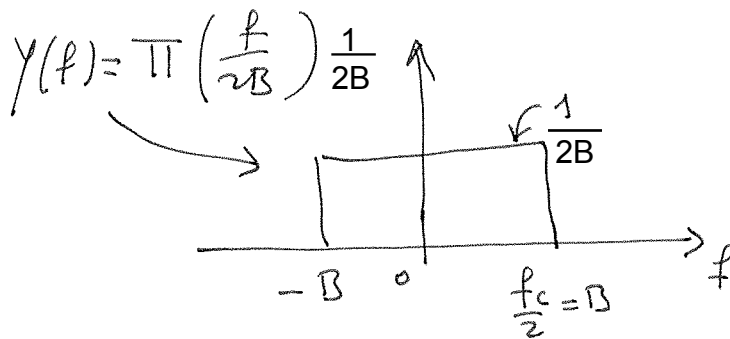
Quindi la condizione di Nyquist non è rispettata e si ha aliasing.

lo spettro del segnale campionato è come in figura:



$$X_s(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f_c X(f - k f_c) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2B X(f - k \cdot 2B)$$

E quindi lo spettro dopo il filtro di ricostruzione è



Da cui antitrasformando:

$$\boxed{y(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\Pi\left(\frac{f}{2B}\right)\right\}} = \underline{\underline{\text{sinc}(2Bt)}}$$